NOME: .... COGNOME: ....

MATRICOLA: .... FIRMA: ....

Esame di Ricerca Operativa - 14 febbraio 2012
Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (4 punti):

La VaSu&Zo produce scarponi da sci. Nella prossima stagione invernale essa deve far fronte a una domanda variabile di mese in mese ma comunque accuratamente stimata come da seguente tabella.

	novembre	dicembre	gennaio	febbraio
domanda (numero paia)	10000	25000	20000	10000
costi di produzione (Eurocent/paio)	600	800	720	600
costi di stoccaggio (Eurocent/paio)	80	100	90	500

Nella tabella sono inoltre riportati, mese per mese, i costi unitari di produzione, cioé per singolo paio di scarponi prodotto in quel mese. Inoltre, ad ogni fine mese, si incorre in un costo di stoccaggio per ogni paio di scarponi attualmente invenduto giacente in magazzino. Il magazzino ha una capacitá massima pari a 3000 paia di scarponi e si assume che a fine ottobre (inizio della stagione) il magazzino sia completamente vuoto. Formulare come problema di programmazione lineare intera il problema di pianificare la produzione mensile in modo da minimizzare il costo complessivo (costo di produzione piú costo di stoccaggio).

Problema 2 (2+2+3 punti):

Vogliamo fornire un modello generale per il problema delle scorte. Abbiamo T periodi, e durante il periodo $i = 1, 2, \ldots, T$, siamo tenuti ad evadere una domanda che vale d_i, e siamo soggetti ad un costo di produzione unitario che vale p_i. Inoltre, al termine del periodo $i = 0, 1, 2, \ldots, T$, siamo tenuti a pagare m_i per ogni paio giacente in magazzino, e questo numero di colli non puó eccedere B_i. All'inizio del periodo 1 nel magazzino sono stoccati C colli. Si assuma che i valori d_i, p_i, m_i siano tutti degli interi non negativi.

(**2pt**) Formulare come problema di programmazione lineare intera il problema di pianificare la produzione mensile in modo da minimizzare il costo complessivo (costo di produzione piú costo di stoccaggio).

(**2pt**) Se omettessimo i vincoli di interezza, rischieremmo che il modello abbia soluzioni ottime frazionarie? (Per ottenere i punti bisogna fornire evidenza).

(**3pt**) Se omettessimo i vincoli di interezza, siamo comunque garantiti che almeno una soluzione ottima sia intera? Se sí, indicare come produrre una soluzione ottima intera partendo da una qualsiasi soluzione ottima frazionaria.

Problema 3 (3+1+4+2 punti):

Si fornisca un algoritmo di programmazione dinamica per il modello di cui al problema precedente (modello delle scorte).

(**3pt**) Si definisca la famiglia dei problemi;

(**1pt**) Si indichino quali problemi della famiglia sono considerati problemi base, specificando come calcolarne direttamente la soluzione;

(**4pt**) Fornire la ricorrenza per il computo di tutti gli altri problemi della famiglia.

(**2pt**) Si utilizzi questo approccio per risolvere all'ottimo l'istanza ricompresa nel Problema 1.

Problema 4 (4 punti):
Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s =$ C A G A G T G T T A C G C A G A T e $t =$ G A T C G T C A G T T G C A T A. Fare lo stesso con alcuni prefissi di s e t.

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune termini con 'C'?

3.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il prefisso $t_9 =$ G A T C G T C A G di t?

3.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il prefisso $s_8 =$ C A G A G T G T di s?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
termina con 'C'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 5 (11 punti):
Con riferimento al seguente problema di PL

$$\max\ 2\,x_{A1} + 2\,x_{A2} + 2\,x_{A3} + 2\,x_{B1} + 1\,x_{B2} + 1\,x_{B3} + 6\,x_{C1} + 7\,x_{C2} + 6\,x_{C3}$$
$$\begin{cases} x_{L1} + \quad x_{L2} + \quad x_{L3} \ \leq \ 1 \text{ per } L = A, B, C \\ x_{Ai} + \quad x_{Bi} + \quad x_{Ci} \ \leq \ 1 \text{ per } i = 1, 2, 3 \\ x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}, x_{B1}, x_{B2}, x_{B3}, x_{C1}, x_{C2}, x_{C3} \geq 0 \end{cases}$$

dai nostri executive managers ci sono state proposte le seguenti soluzioni:

(s1) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A3} = x_{B2} = x_{C1} = 1$
(s2) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A1} = x_{B2} = x_{C3} = 1$;
(s3) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A2} = x_{B1} = x_{C3} = 1$
(s4) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A1} = x_{B1} = x_{C3} = 1$;
(s5) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A3} = x_{A1} = x_{C2} = 1$
(s6) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A2} = x_{B3} = x_{C1} = 1$;
(s7) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A3} = x_{B1} = x_{C2} = -1$
(s8) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A3} = x_{B1} = x_{C2} = 1$;
(s9) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A2} = x_{C3} = 1$
(s10) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A2} = x_{B1} = 1$;
(s11) $x \equiv 0$ eccetto $x_{A1} = x_{B2} = 1$
(s12) $x \equiv 0$ eccetto $x_{C3} = 2$.

5.1(1pt) Determinare quali siano ammissibili.

5.2(3pt) Determinare quale delle soluzioni proposte sia ottima e fornire certificato di ottimalità.

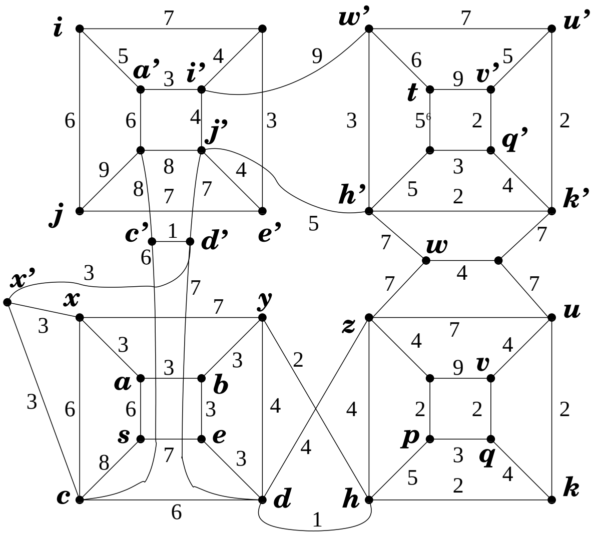
5.3(1pt) Fornire tutte le soluzioni ottime al problema od argomentare l'unicitá della soluzione ottima.

5.4(2pt) Per ciascuno dei 6 vincoli, specificare quanto saremmo disposti a pagare per incrementare l'availability su quel vincolo.

5.5(2pt) Dire quali delle soluzioni proposte siano di base.

5.6(2pt) Dire quali delle soluzioni di base proposte siano adiacenti (raggiungibili con un solo pivot) dalla s2.

Problema 5 (18 punti):
Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



5.1.**(1pt)** Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.

5.2.**(1+1pt)** Dire, certificandolo, se il grafo G' ottenuto da G sostituendo l'arco $c'c$ con un arco $c'x$ è planare oppure no. Se non planare, rimuovere il minimo numero di archi per planarizzarlo.

5.3.**(1+1+1pt)** Dire, certificandolo, se G e G' è bipartito oppure no. Ove non bipartito, rimuovere il minimo numero di archi per bipartizzarlo. (Certificando che quel numero di archi è necessario).

5.4.**(1+1pt)** Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s. Esprimere la famiglia di tali alberi.

5.5.**(2pt)** Trovare un albero ricoprente di peso minimo.

5.6.**(2pt)** Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).

5.7.**(2pt)** Per i seguenti archi dire, certificandolo, in quale categoria ricadano (contenuti in ogni/nessuna/qualcuna-ma non-tutte le soluzioni ottime): ij, ab, $h'w$.

5.8.**(2pt)** Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t.

5.9.**(2pt)** Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t.