

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 28 settembre 2011 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (5 punti):

Formulare come un problema di PLI il problema di trovare la piú lunga sottosequenza strettamente crescente di una sequenza assegnata $s = s_1 s_2 \dots s_n$ di valori interi.

Problema 2 (8 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella $A-1$, deve portarsi nella sua home H situata nella cella $G-9$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>A</i>	<i>R</i>	1	3	0	1	1	0	0	•
<i>B</i>	2	2	0	0	•	•	0	0	0
<i>C</i>	2	0	0	1	0	0	1	1	1
<i>D</i>	0	0	•	0	0	0	•	0	0
<i>E</i>	0	0	1	1	•	1	0	0	0
<i>F</i>	0	1	1	1	1	1	•	•	1
<i>G</i>	3	3	0	1	•	0	0	1	<i>H</i>

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella $A-3$ alla cella $A-4$) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella $A-3$ alla cella $B-3$). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili? Inoltre, in ogni cella non occupata da un pacman (•) é presente un valore intero che esprime un guadagno che viene ottenuto se il robot passa per quella cella. Potremmo quindi essere interessati al massimizzare il guadagno complessivo raccolto con la traversata.

2.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in $A-1$?

2.2 (1pt) e se la partenza è in $B-3$?

2.3 (1pt) e se con partenza in $A-1$ il robot deve giungere in $F-6$?

2.4 (1pt) e se con partenza in $A-1$ ed arrivo in $G-9$ al robot viene richiesto di passare per la cella $D-5$?

2.5(2pt) Quale é il massimo guadagno raccogliabile nella traversata da $A-1$ a $G-9$?

2.6(2pt) Quanti sono i percorsi possibili che consegnano questo guadagno massimo?

consegna	numero percorsi
$A-1 \rightarrow G-9$	
$B-3 \rightarrow G-9$	
$A-1 \rightarrow F-6$	
passaggio per $D-5$	
massimo valore	
numero di max-val paths	

Problema 3 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = \text{GTCTCACAAATGCGTCTA}$ e $t = \text{CTAGCAGTCAACGTAT}$. Fare lo stesso con alcuni prefissi di s e t .

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune termini con 'C'?

3.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il prefisso $t_9 = \text{CTAGCAGTC}$ di t ?

3.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il prefisso $s_8 = \text{GTCTCACAA}$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
termina con 'C'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 4 (9 punti):

Una raffineria produce due tipi di benzina: Magna ed Engrasa. Le benzine sono prodotte miscelando 2 prodotti base: q8freedom (Q) e preventivewar (P). Un litro di benzina Magna richiede 0,6 litri di Q e 0,2 litri di P, mentre un litro di benzina Engrasa richiede 0,2 litri di Q e 0,2 litri di P. Per la produzione settimanale la raffineria dispone di 9000 litri di Q e 8000 litri di P. I profitti di vendita per mille litri di benzina Magna ed Engrasa sono rispettivamente di 600 e 900 euro.

4.1(3pt) Definire il modello di Programmazione lineare per la determinazione della produzione settimanale di ciascun tipo di benzina in modo da massimizzare il profitto;

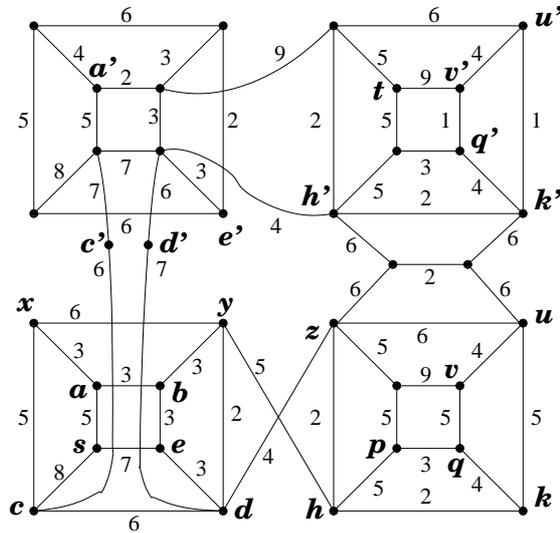
4.2(3pt) Determinare la soluzione ottima mediante l'algoritmo del simplesso;

4.2(1pt) Stabilire i prezzi ombra di q8freedom (Q) e preventivewar (P);

4.3(2pt) Dire per quale variazione della disponibilità di prodotto P la soluzione ottima non cambia.

Problema 5 (14 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo G' ottenuto da G sostituendo l'arco $c'c$ con un arco $c'x$ e l'arco $d'd$ con un arco $d'y$ è planare oppure no.
- 5.3.(1+1pt) Dire, certificandolo, se G e G' è bipartito oppure no.
- 5.4.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.5.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.6.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.7.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.8.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .