

Esame di Ricerca Operativa - 25 maggio 2010

Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (8 punti):

$$\begin{cases} \max & 30x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ & 10x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & 10x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -10 \\ & -20x_1 + 5x_2 - 3x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- 1.1(1pt)** Impostare il problema ausiliario.
- 1.2(2pt)** Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.
- 1.3(2pt)** Risolvere il problema originario all'ottimo.
- 1.4(1pt)** Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability nei tre vincoli? (Per piccole variazioni.)
- 1.5(2pt)** Fino a dove si sarebbe disposti a pagare tali prezzi ombra?

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 36$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	G	H	I	L	M	N	O	Q	R	T	U
peso	61	5	4	17	29	26	20	9	42	39	25	5	22	13	17	13
valore	63	5	4	17	13	11	5	9	99	64	7	5	4	13	5	13

- 2.1(1pt)** quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 36$)? Quali elementi devo prendere?
- 2.2 (1pt)** e nel caso $B = 34$?
- 2.3 (1pt)** e nel caso $B = 33$?
- 2.4 (1pt)** e nel caso $B = 29$?

B	max val	peso	quali prendere
36			
34			
33			
29			

Problema 3 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = ACAAGGCACACG$ e $t = ACGGC GGATACG$. Fare lo stesso con alcuni suffissi di s e t .

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

3.2(1pt) e nel caso sia richiesto la sottosequenza comune parta con 'G'?

3.3(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il suffisso $t_8 = CGGATACG$ di t ?

3.4(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra il suffisso $s_6 = ACCACG$ di s e t ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'G'		
tra s e t_8		
tra s_6 e t		

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

7	12	14	8	10	27	34	58	11	31	57	15	38	25	50	52	16	13	9	31	17	20	35	45	18
---	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

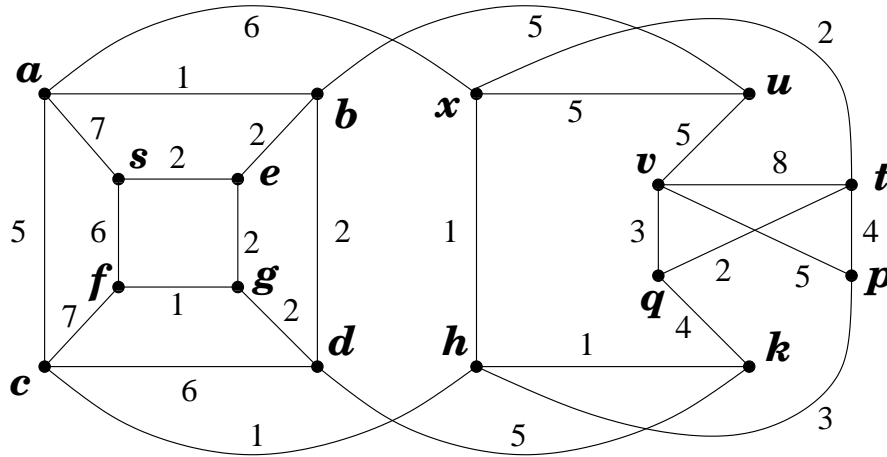
4.3(1pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.4(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 38. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 38		

Problema 5 (17 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1+1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1+1pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo i certificati del caso.
- 5.3.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.4.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.5.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.7.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 6 (5 punti):

La Wonka produce tavolette di cioccolato in tre diversi stabilimenti S_1 , S_2 ed S_3 , i cui limiti di produzione sono di \bar{S}_1 , \bar{S}_2 ed \bar{S}_3 chili giornalieri, rispettivamente. Le farine di cacao utilizzate per la produzione possono provenire esclusivamente da 2 piantagioni di cacao C_1 e C_2 gestite da Umpa Lumpa altamente specializzati. Su base giornaliera, queste possono fornire un massimo di \bar{C}_1 e di \bar{C}_2 chili di farina, rispettivamente. (Di fatto questi limiti variano di giorno in giorno). Per la produzione di 1 chilo di tavolette vengono impiegati 2 chili di farina di cacao e 10 chili di latte. Il latte proviene dalla fattoria di Heidi, nelle Alpi, dove la squadra di Bianchina riesce a fornire sino a \bar{L} chili di latte alla Willy Wonka's senza andare a scapito della qualità. Due soli negozi N_1 ed N_2 hanno il privilegio di smerciare le preziose tavolette, e la domanda supera sempre l'offerta. Riportiamo nella prima tabella i costi di trasporto del latte.

	S_1	S_2	S_3
costo trasporto latte al chilo	5	3	2

Nella seconda tabella quanto costa trasportare un chilo di farina da una data piantagione ad un dato stabilimento.

	S_1	S_2	S_3
C_1	5	3	2
C_2	6	2	4

Nella terza tabella quanto costa trasportare un chilo di tavolette da un dato stabilimento ad un dato negozio.

	S_1	S_2	S_3
N_1	4	3	7
N_2	6	9	5

Willy intende soddisfare la maggior quantità di domanda. Determinare prima il livello della produzione P_{Max} e formulare poi come problema di Programmazione Lineare il problema di minimizzare i costi di trasporto e della determinazione del corrispondente piano industriale.