

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 4 luglio 2006 Facoltà di Ingegneria - Udine

### Problema 1 (6 punti):

Un imprenditore manifatturiero vuole produrre una lega che sia 30% piombo, 30% zinco, e 40% stagno. Sul mercato, sono reperibili le leghe A, B, C, ..., con composizioni e costi come espresso dalla seguente tabella.

Lega	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Mistura Desiderata
% Piombo	10	10	40	60	30	30	30	50	20	30
% Zinco	10	30	50	30	30	40	20	40	30	30
% Stagno	80	60	10	10	40	30	50	10	50	40
Costo [\$/Kg]	4.1	4.3	5.8	6.0	7.6	7.5	7.3	6.9	7.3	MIN

Ovviamente, l'imprenditore può semplicemente acquistare la lega E da sola ed utilizzarla direttamente, ma essa costa \$7.60 al chilo. Se egli impiegasse  $\frac{1}{4}$  di chilo per ciascuna delle leghe A, B, C, D, riuscirebbe ad ottenere 1 chilo della composizione 30-30-40 desiderata al costo di \$5.05. Dopo alcuni tentativi di questo tipo, l'imprenditore vorrebbe avvalersi di un approccio più sistematico al suo problema. Potresti indicargli come modellare questo suo problema di mix-ottimo come un problema di programmazione lineare?

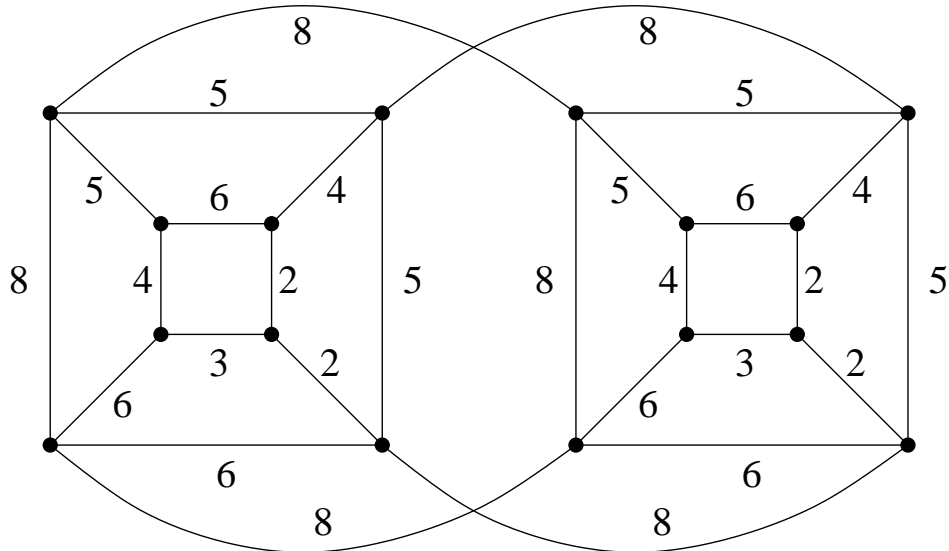
### Problema 2 (12 punti):

$$\begin{aligned} & \max 4x_1 + x_2 + 3x_3 \\ & \begin{cases} x_1 + 4x_2 & \leq 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 & \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- Risolvere con il metodo del simplesso.
- Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per il primo vincolo? Fino a dove saremmo disposti a vendere la risorsa al suo prezzo ombra per il primo vincolo?
- Di quanto dovremmo alterare il terzo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima?

**Problema 3 (10 punti):**

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 3.1. Trovare un albero ricoprente di peso minimo. Disegnarlo.
- 3.2. Indicare quali archi siano contenuti in ogni soluzione ottima, ossia quali archi non possano essere rimossi senza peggiorare la qualità della soluzione ottima. Disegnare tali archi ed esprimere a quanto ammonta il loro peso complessivo.
- 3.3. Il grafo rappresentato in figura ammette un ciclo e/o cammino Euleriano? Fornisci un certificato per le tue risposte.
- 3.4. Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 3.5. Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.

**Problema 4 (9 punti):** Si consideri la soluzione  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 4$ ,  $x_3 = x_4 = 0$ ,  $x_5 = 7$ ,  $x_6 = 0$  del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & 18x_1 - 7x_2 + 12x_3 + 5x_4 + 8x_6 \\ & \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 7x_4 + 3x_5 + 8x_6 \leq 1 \\ -3x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 + x_5 + 2x_6 \leq -2 \\ 8x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_6 \leq 4 \\ 4x_1 + 8x_3 + 7x_4 - x_5 + 3x_6 \leq 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 - 2x_5 - x_6 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile. Utilizzare gli scarti complementari per verificarne o confutarne l'ottimalità. La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.