

Esame di Ricerca Operativa - 30 marzo 2006

Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (7 punti): La CONFEDERAZIONE MERIDIONALE DEL KIBBUTZIM è un gruppo di tre kibbutzim (comunità agricole municipali) in Israele. La pianificazione completa per questo gruppo è svolta dal competente Ministero che sta pianificando la produzione agricola per l'anno futuro.

Il rendimento agricolo di ogni kibbutz è limitato sia dalla quantità di terra irrigabile disponibile, sia dalla quantità di acqua destinata all'irrigazione. Questi dati sono riportati nella seguente tabella.

Risorse dei dati per la Confederazione Meridionale del Kibbutzim		
Kibbutz	Terra usabile (acri)	Allocazione di acqua (acro-piede)
1	400	600
2	600	800
3	300	375

I raccolti possibili per questa regione comprendono barbabietole da zucchero, cotone e sorgo, e questi sono i tre prodotti che vengono considerati per la stagione futura. Questi raccolti differiscono principalmente per il guadagno netto atteso per acro e per il consumo di acqua. Inoltre, il Ministro dell'Agricoltura ha fissato una quota massima per il numero totale di acri che possono essere destinati a questi raccolti della Confederazione Meridionale del Kibbutzim, come mostrato nella seguente tabella.

Dati del raccolto per la Confederazione Meridionale del Kibbutzim			
Raccolto	Quota Massima (acri)	Consumo di acqua (acro-piede/acro)	Guadagno netto (dollaro/acro)
Barbabietole da zucchero	600	3	1000
Cotone	500	2	750
Sorgo	325	1	250

A causa della limitata disponibilità di acqua per l'irrigazione, la Confederazione Meridionale del Kibbutzim non è in grado di utilizzare tutte le sue terre irrigabili nella stagione futura. Per garantire equità tra i tre kibbutzim, è stato stabilito che ogni kibbutz potrà usare la stessa proporzione della propria terra irrigabile. Per esempio, se il kibbutz 1 pianta 200 dei suoi 400 acri disponibili, allora il kibbutz 2 deve piantare 300 dei suoi 600 acri, mentre il kibbutz 3 pianta 150 dei suoi 300 acri. Tuttavia, in ogni kibbutz può essere fatta crescere una qualunque combinazione di raccolti.

Il problema che si vuole risolvere è quello di pianificare quanti acri destinare ad ogni raccolto nel rispettivo kibbutz, soddisfacendo simultaneamente le specifiche restrizioni. L'obiettivo è massimizzare il guadagno totale netto della Confederazione Meridionale del Kibbutzim nel suo complesso.

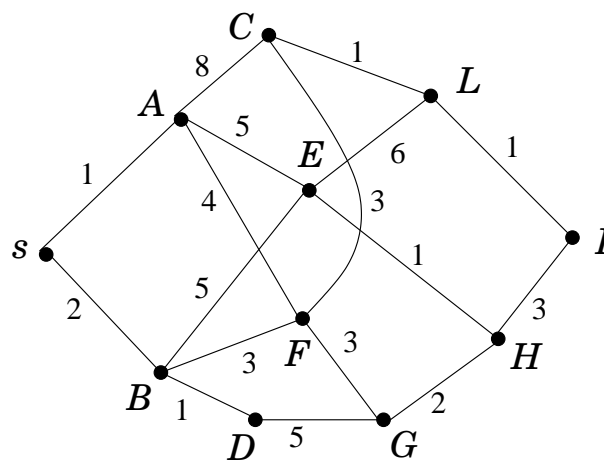
Problema 2 (12 punti): Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{cases} \max & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

2.1 Risolvere con il metodo del simplesso.

- 2.2 Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto nel primo, secondo, o terzo vincolo?
- 2.3 E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per il primo vincolo? (si considerino sia incrementi che decrementi, ossia $5 \mapsto 5 + \delta$, δ nei numeri reali)
- 2.4 Di quanto dovremmo alterare il secondo coefficiente nella funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima? (si considerino sia incrementi che decrementi, ossia $4 \mapsto 4 + \delta$, δ nei numeri reali)

Problema 3 (9 punti): Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 3.1 Trovare l'albero dei cammini minimi a partire dal nodo s .
- 3.2 Indicare quali archi siano contenuti in ogni soluzione ottima, ossia quali archi non possano essere rimossi senza allungare almeno un cammino da s ad un qualche altro nodo.
- 3.3 Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 3.4 Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.

Problema 4 (3 punti): Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{cases} \max & 3x_1 - 7x_2 \\ & 4x_1 + 5x_2 \geq 2 \\ & 6x_1 - 6x_2 = 7 \\ & x_1 + 8x_2 \leq 20 \\ & x_1 \geq 0 \end{cases}$$

- 4.1 Scrivere il problema duale.
- 4.2 Porre il problema primale in forma standard.