

Prova scritta di Matematica II - 20 settembre 2007 - FILA B

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

COGNOME E NOME

N. di matricola **FIRMA**.....

1.a. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

1.a.a. piano Π_1 parallelo al piano $x + y = 10$ e distante 1 da $(0, 0, 0)$;

1.a.b. piano Π_2 passante per $(3, 5, 0)$ e contenente almeno 2 assi coordinati;

1.a.c. piano Π_3 costituito dai punti equidistanti da $(5, -5, 5)$ e $(-5, 5, 5)$;

1.a.d. i piani Π_1 , Π_2 e Π_3 sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

Π_1 :		
Π_2 :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
Π_3 :		1+1+1+2/30

1.b. Determinare i valori di α e β per cui il seguente sistema

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 3 \\ x + y + z = \beta \\ y + 2z = 3 \end{cases}$$

1. ammette una ed una sola soluzione;
2. non ammette alcuna soluzione;
3. ammette infinite soluzioni.

<ol style="list-style-type: none"> 1.) una ed una sola soluzione per: 2.) nessuna soluzione per: 3.) infinite soluzioni per: 	2+1+2/30
---	----------

1.c. Calcolare la distanza tra il punto $O = (0, 0, 0)$ e la retta di equazioni parametriche $R(t) = (\sqrt{8}, 2\pi t + 3, 1 - 2\pi t)$.

$d(R, O) =$	2/30
-------------	------

1.d. Calcolare la distanza tra la retta R_1 di equazioni $x = 1$ e $z = y + 1$ e la retta R_2 di equazioni parametriche $R_2(t) = (-\sqrt{7}, \pi t, 1 - \pi t)$ e determinare se esse siano sghembe o coplanari. Nel secondo caso, specificare se esse siano incidenti oppure parallele. Se parallele, specificare se esse siano distinte oppure coincidenti.

$d(R_1, R_2) =$ le rette R_1 e R_2 sono	2+1/30
--	--------

2. È data la funzione $F(x, y) = (x^2 + y^2)(xy - 1) + (x - y)^2 + xy$.

2.a. Disegnare l'insieme $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$ e studiare il segno di F ;

2.a) Disegnare l'insieme Σ_0 e studio del segno:

2/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione F ;

2.b) Elencare le selle, i massimi, i minimi:

N° ... PUNTI DI SELLA:

N° ... PUNTI DI MAX. RELATIVO:

N° ... PUNTI DI MIN. RELATIVO:

3+3+2/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani Π_0, Π_1 e Π_2 , dove, per $i = 0, 1, 2$, Π_i è il piano tangente al grafico di F nel punto $(i, 0, F(i, 0))$;

2.c) Equazioni dei piani Π_0, Π_1 e Π_2 :

Π_0 : Π_1 : Π_2 :

1+1+1/30

2.d. Descrivere il dominio $D[h]$ di $h(x, y) := [xy(x^2 + y^2 - 1)]^2$ in coordinate cartesiane.

2.e)

$D[h] =$

1/30

2.e. Determinare tutti i punti estremali di $h(x, y) = [xy(x^2 + y^2 - 1)]^2$ nella regione $D[h]$.

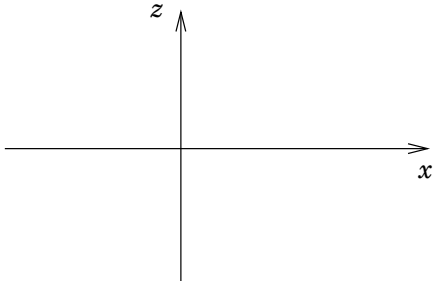
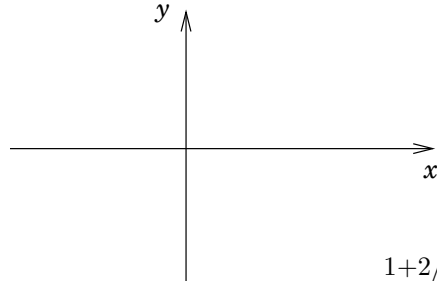
Poichè $h(x, y) = [F(x, y)]^2$, e considerato che nell'elevare al quadrato si perde il segno ma la funzione $(\cdot)^2$ è monotona crescente sui reali non-negativi, possiamo allora avvalerci dell'analogo studio per la funzione F . Si giunge alle seguenti conclusioni.

2.f)

2/30

3. In un riferimento Cartesiano x, y, z sia E la parte del piano $y = 0$ descritta dalle disequazioni $|z| \leq x$ e $x^2 + z^2 \leq R^2$, e sia M il solido che si ottiene facendo ruotare E di 180° attorno all'asse delle z . Sia F l'intersezione tra M ed il piano $z = -\frac{R}{2}$.

- 3.a. Disegnare sia E (sulla sinistra) che F (sulla destra);
- 3.b. Esprimere F ed M in coordinate cilindriche;
- 3.c. Esprimere F ed M in coordinate cartesiane;
- 3.d. Esprimere M in coordinate sferiche;
- 3.e. Calcolare il volume di M mediante integrazione;
- 3.f. Calcolare l'integrale triplo $I = \int_M y \, dx \, dy \, dz$;
- 3.g. Fornire le coordinate del baricentro $B = (x_b, y_b, z_b)$ di M ;

<p>a.1) Disegnare E</p> 	<p>a.2) Disegnare F</p> 
1+2/30	
<p>b) F ed M in coordinate cilindriche</p> <p>$F =$</p> <p>$M =$</p>	
1+1/30	
<p>c) F ed M in coordinate cartesiane</p> <p>$F =$</p> <p>$M =$</p>	
1+1/30	
<p>d) M in coordinate sferiche</p> <p>$M =$</p>	
1/30	
<p>d)</p> <p>$V =$</p>	
3/30	
<p>e)</p> <p>$I =$</p>	
5/30	
<p>f)</p> <p>$x_b =$ $y_b =$ $z_b =$</p>	
2/30	

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

ATTENZIONE: All'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.