

Prova scritta di Matematica - 14 febbraio 2012 - **FILA B**

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

COGNOME E NOME .....

N. di matricola .....

FIRMA.....

1. (2+2pt) Trovare una forma chiusa per la ricorrenza

$$f(n) = \begin{cases} f(0) = 0; \\ f(n) = n + f(n-1). \end{cases}$$

e dimostrarne per induzione la correttezza.

forma chiusa (2pt) e dimostrazione (2pt)

2+2/30

2. (8pt) Si calcoli:

$$\int \frac{x^6 + 6x^4 + 11x^2 + 4}{x^5 + 6x^3 + 9x} =$$

8/30

3. (2+2+3+3pt) Fornire la definizione di limite (finito) di una successione  $a_n$ . Dimostrare che  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , se esiste, é sempre unico. Dimostrare che una successione monotona non-decrescente e limitata superiormente ammette sempre limite. Enunciare in modo preciso, e poi dimostrare, il teorema per la somma di limiti.

definizione limite

2/30

unicità limite

2/30

esistenza per successioni monotone

3/30

somma di limiti

1+2/30

4. (4pt) Si calcoli:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

4/30

5. (5pt) Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\sin x} - 1)(\cos(\tan x) - 1)}{\sin^3 x} =$$

5/30

## PARTE Matematica II

1. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

- 1.a.a. piano  $\Pi_1$  passante per i punti  $(3\pi, 2\pi, 0)$ ,  $(3\pi, 2\pi, 1)$  e  $(6, 4, 1)$ ;
- 1.a.b. piano  $\Pi_2$  contenente il punto  $P = (0, 1, 0)$  e la retta  $3x + 2y = z = 1$ ;
- 1.a.c. piano  $\Pi_3$  tangente alla superficie  $3x^2 + 2y^2 + 2z = 5$  nel punto  $(1, 1, 0)$ ;
- 1.a.d. i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$  sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :		
$\Pi_2$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
$\Pi_3$ :		1+1+1+2/30

1.b. Trovare un'equazione parametrica per la retta  $R$  passante per  $(0, 0, 0)$  ed incidente ortogonalmente nella retta  $R'(t) = (0, 1 + t, 1 + 2t)$ .

3/30

- 1.c. Calcolare la distanza tra le due rette  $R_1(t) = (t, t, t)$  ed  $R_2$  di equazioni  $x + y = 0, z = 3$ . Determinare se queste due rette siano sghembe o coplanari. Nel secondo caso, specificare se esse siano incidenti oppure parallele. Se parallele, specificare se esse siano distinte oppure coincidenti.

$$d(R_1, R_2) =$$

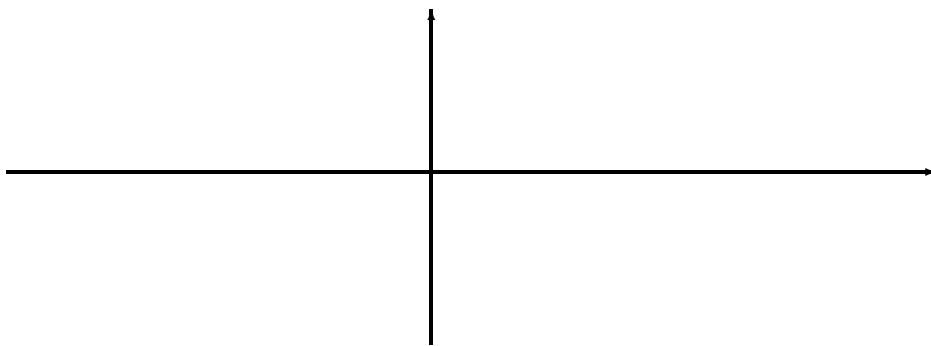
Le rette  $R_1$  ed  $R_2$  sono

2+1/30

2. È data la funzione  $F(x, y) = y(x - y)^2 + x^2y^2 - (x^2 + y^2)y - x^2 + 2x$ .

2.a. Disegnare l'insieme  $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$  e studiare il segno di  $F$ ;

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:



2/30

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

3/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani  $\Pi_0, \Pi_1$  e  $\Pi_{-1}$ , dove, per  $i = 0, \pm 1$ ,  $\Pi_i$  è il piano tangente al grafico di  $F$  nel punto  $(0, i, 0)$ ;

2.c) Equazioni dei piani  $\Pi_0, \Pi_1$  e  $\Pi_2$ :

$\Pi_0$ :

$\Pi_1$ :

$\Pi_{-1}$ :

1+1+1/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di  $F$  nella regione  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2x \leq 3\}$ .

2.d)

6/30

## LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico nè la consultazione di libri od altro materiale cartaceo.
- 3) Non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** Per superare l'esame è necessario totalizzare almeno 6 punti sulla parte di Matematica 1, almeno 6 punti sulla parte di Matematica 2, ed almeno 18 punti in totale sulle due parti. Inoltre, all'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.