

Prova scritta di Linguaggi - 28.01.2014 (prof. Merro)

Si consideri il linguaggio funzionale $Lang$ definito sui numerali:

$$E \in Lang ::= x \mid \mathbf{n} \mid E_1 + E_2 \mid E_1 - E_2 \mid \\ \mathbf{let} \ x = E_1 \ \mathbf{in} \ E_2 \mid \mathbf{fun}(x : T) \Rightarrow E \mid E_1 E_2 \\ \mathbf{fix}.E$$

1. (6 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio $Lang$ fornendo un sistema di tipi con giudizi della forma $\Gamma \vdash E : T$, per appropriati tipi T definiti dal candidato.
2. (6 punti) Una volta definito il sistema di tipi, dire, giustificando *formalmente* la risposta, se il termine

$$Term = (\mathbf{fun}(f : T_1) \Rightarrow f(\mathbf{fix.sum})) (\mathbf{fun}(g : T_2) \Rightarrow (\mathbf{fun}(h : T_3) \Rightarrow (\mathbf{fix}.h)g))$$

è ben tipato o meno, al variare dei tipi T_1, T_2 e T_3 . Dove **sum** deve essere definito con cura dal candidato come il funzionale il cui punto fisso ritorna la funzione che calcola la somma di primi n naturali, al variare di n .

3. (7 punti) Formalizzare la *dinamica* del linguaggio tipato $Lang$ attraverso una semantica small-step in stile *call-by-name*, \longrightarrow_{cbn} . Definire, per differenza, una semantica small-step in stile *call-by-value*, \longrightarrow_{cbv} .
4. (6 punti) Modificare il linguaggio (sintassi, semantica operativa) in modo catturare possibili “checked errors”.
5. (7 punti) Si definisca formalmente la nozione di simulazione per il linguaggio $Lang$, basandosi sulla semantica call-by-name definita prima. La notazione $E \leq F$ indicherà che E è simulato da F . Argomentare in maniera formale se valgono le due seguenti proprietà:

- $\mathbf{fix}.E \leq E(\mathbf{fix}.E)$, per ogni $E \in Lang$;
- $E(\mathbf{fix}.E) \leq \mathbf{fix}.E$, per ogni $E \in Lang$.

In particolar modo, per ciascuna delle due leggi, si fornisca un controesempio se la legge non vale, oppure una simulazione adeguata per mostrarne la validità.