Prova scritta di Linguaggi - 23.06.2017

Si consideri il linguaggio *Lang*:

$$\begin{array}{rcl} E \in Lang & ::= & x \;\mid\; l \;\mid\; n \;\mid\; \{lab_1 = E_1, \ldots lab_k = E_k\} \;\mid \\ & & \mathsf{ref}\, E \;\mid\; E_1 + E_2 \;\mid\; E_1 \wedge E_2 \;\mid\; \neg E \;\mid\; \#lab\, E \;\mid \\ & & !E \;\mid\; E_1 := E_2 \;\mid\; \mathtt{let}\; x : T = E_1 \;\mathtt{in}\; E_2 \;\mid\; E_1 ; E_2 \;\mid \\ & & \mathsf{skip} \;\mid\; \mathsf{fun}(x : T) \Rightarrow E \;\mid\; E_1\, E_2 \;\mid\; \mathsf{fix}.E \end{array}$$

1. (3 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio *Lang* fornendo: i) una grammatica dei tipi ammessi nel linguaggio; ii) un sistema per il tipaggio; iii) **un sistema per il sottotipaggio** (dare *solo* le regole che userete nel prossimo esercizio).

2. (10 punti) Dire, giustificando *formalmente* la risposta, se, in presenza di sottotipaggio, il termine

$$\begin{array}{l} \mathsf{let}\; f : T_1 = \mathsf{ref}\, \mathsf{fun}(x : T_2) \Rightarrow \{a = \mathsf{true}, b = \mathsf{false}, c = \mathsf{true}\} \;\; \mathsf{in} \\ \Big(\big(\mathsf{fun}(g : \{b : \mathsf{bool}\}) \Rightarrow \#b\, g\big)\big(!f(\{a = 5, b = 6, c = 7\})\big) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + \\ \big(\mathsf{fun}(g : \{a : \mathsf{bool}\,,\, c : \mathsf{bool}\}) \Rightarrow \#a\, g + \#c\, g\big)\big(!f(\{a = 7, c = 8\})\big) \Big) \end{array}$$

   è ben tipato o meno, al variare deri tipi T_1 e T_2. Usare *esclusivamente* le regole di sottotipaggio viste a lezione.

3. (9 punti) Si consideri il seguente linguaggio concorrente:

$$\begin{array}{rcl} E \in Lang & ::= & l \;\mid\; \mathsf{true} \;\mid\; \mathsf{false} \;\mid\; !l \;\mid\; l := E \\ & & E_1 \,||\, E_2 \;\mid\; E_1 \oplus E_2 \;\mid\; \text{await } E_1 \text{ protect } E_2 \text{ end} \end{array}$$

   dove l'operatore $\oplus$ denota la scelta non deterministica. Supponendo di aver definito type system e semantica operazionale anche per i costrutti concorrent. Provare **formalmente** se le seguenti leggi algebriche sono vere o false per E_1 e E_2 arbitrari. Se le leggi non dovessero valere, si fornisca un controesempio, e si mostri formalmente se la simulazione è verificata in uno o entrambi i sensi.

   (a) $\alpha; (\mathsf{skip}; E_1 \parallel \mathsf{skip}; E_2) \approx_\Gamma \mathsf{skip}; \alpha; \alpha; (E_1 \parallel E_2)$
   dove α è un assegnamento arbitrario

   (b) (await true protect ($E_1 \parallel E_2$ end)) $\oplus$ (await true protect ($E_1 \parallel E_2$)) end
   $\approx_\Gamma$ (await true protect E_2 end) $\parallel$ (await true protect E_2 end)

   (c) $\alpha; \alpha; (\mathsf{skip}; E_1 \oplus \mathsf{skip}; E_2) \oplus (\alpha; E_1) \approx_\Gamma \alpha; (\mathsf{skip}; (\mathsf{skip}; E_1 \oplus \mathsf{skip}; E_2)) \oplus (\alpha; \alpha; E_2)$
   dove α è un assegnamento arbitrario.

4. (9 punti) Supponendo che i tre termini siano ben tipati, si considerino i seguenti programmi da valutare nello store iniziale $s = \{\mathrm{l} \mapsto 3, \mathrm{m} \mapsto 2\}$, con una semantica CBN:

$$
\begin{array}{lcl}
A & \stackrel{\text{def}}{=} & \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow x \mid\mid (f x))\big) \\
 & & \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} - 2; \mathrm{l} := !\mathrm{m} + 2) \\
B & \stackrel{\text{def}}{=} & \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow x; (f x))\big) \\
 & & \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} - 2; \mathrm{l} := !\mathrm{m} + 2) \\
C & \stackrel{\text{def}}{=} & \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow (\text{await } \mathsf{true} \text{ protect } x \text{ end}) \mid\mid (f x))\big) \\
 & & \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} - 2; \mathrm{l} := !\mathrm{m} + 2)
\end{array}
$$

(a) Supponendo che i tre programmi siano tutti ben tipati. Si argomenti (informalmente, ma con cura) se valgono le seguenti relazioni:
   - $A \sqsubseteq B$
   - $B \sqsubseteq A$
   - $A \sqsubseteq C$
   - $C \sqsubseteq A$
   - $B \sqsubseteq C$
   - $C \sqsubseteq B$.