Prova scritta di Linguaggi - 16.02.2017

Si consideri il linguaggio *Lang*:

$$
\begin{array}{rcl}
E \in \mathit{Lang} & ::= & x \;\big|\; l \;\big|\; n \;\big|\; \{lab_1 = E_1, \ldots lab_k = E_k\} \;\big|\\
& & \mathsf{ref}\, E \;\big|\; E_1 + E_2 \;\big|\; \#lab\, E \;\big|\; !E \;\big|\; E_1 := E_2 \;\big|\\
& & \mathtt{let}\; x : T = E_1 \;\mathtt{in}\; E_2 \;\big|\; E_1 ; E_2 \;\big|\; \mathsf{skip} \;\big|\\
& & \mathsf{fun}(x : T) \Rightarrow E \;\big|\; E_1\, E_2 \;\big|\; \mathsf{fix}.E
\end{array}
$$

1. (3 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio *Lang* fornendo: i) una grammatica dei tipi ammessi nel linguaggio; ii) un sistema per il tipaggio; iii) **un sistema per il sottotipaggio** (dare *solo* le regole che userete nel prossimo esercizio).

2. (10 punti) Dire, giustificando *formalmente* la risposta, se, in presenza di sottotipaggio, il termine

$$
\begin{array}{c}
\mathsf{let}\, f : T_1 = \mathsf{fun}(x : T_2) \Rightarrow \{c = 5, d = 6, e = 7\} \;\;\mathsf{in}\\
\Big(\big(\mathsf{fun}(g : \{d : \mathsf{int}\}) \Rightarrow \#d\, g\big)\big(!(\mathsf{ref}\, f)(\{a = 5, b = 6\})\big)\\
+\\
\big(\mathsf{fun}(g : \{c : \mathsf{int}, d : \mathsf{int}\}) \Rightarrow \#d\, g + \#c\, g\big)\big(!(\mathsf{ref}\, f)(\{a = 7\})\big) \Big)
\end{array}
$$

   è ben tipato o meno, al variare deri tipi T_1 e T_2. Si noti che $!ef = (!e)f$.

3. (9 punti) Si consideri il seguente linguaggio concorrente:

$$
\begin{array}{rcl}
E \in \mathit{Lang} & ::= & l \;\big|\; \mathsf{true} \;\big|\; \mathsf{false} \;\big|\; !l \;\big|\; l := E\\
& & E_1 \,||\, E_2 \;\big|\; E_1 \oplus E_2 \;\big|\; \text{await } E_1 \text{ protect } E_2 \text{ end}
\end{array}
$$

   dove l'operatore $\oplus$ denota la scelta non deterministica. Supponendo di aver definito type system e semantica operazionale anche per i costrutti concorrent. Provare **formalmente** se le seguenti leggi algebriche sono vere o false per E_1 e E_2 arbitrari. Se le leggi non dovessero valere, si fornisca un controesempio, e si mostri formalmente se la simulazione è verificata in uno o entrambi i sensi.

   (a) $\alpha; (\mathsf{skip};E_1 \parallel \mathsf{skip};E_2) \approx_\Gamma \mathsf{skip}; \alpha;(E_1 \parallel E_2)$
   dove α è un assegnamento arbitrario

   (b) await true protect $(E_1 \parallel E_2)$ end $\approx_\Gamma$
   (await true protect E_2 end) $\parallel$ (await true protect E_2 end)

   (c) $\alpha; (\mathsf{skip}; E_1 \oplus \mathsf{skip}; E_2) \oplus (\alpha; E_1) \approx_\Gamma \alpha; (\mathsf{skip}; (\mathsf{skip}; E_1 \oplus \mathsf{skip}; E_2)) \oplus (\alpha; E_2)$
   dove α è un assegnamento arbitrario.

4. (9 punti) Supponendo che i tre termini siano ben tipati, si considerino i seguenti programmi da valutare nello store iniziale $s = \{\mathrm{l} \mapsto 1, \mathrm{m} \mapsto 1\}$,

con una semantica CBN:

$$A \stackrel{\text{def}}{=} \begin{array}{l} \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow x \mid\mid (f x))\big) \\ \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} + 1; \mathrm{l} := !\mathrm{l} + 1) \end{array}$$

$$B \stackrel{\text{def}}{=} \begin{array}{l} \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow x; (f x))\big) \\ \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} + 1; \mathrm{l} := !\mathrm{l} + 1) \end{array}$$

$$C \stackrel{\text{def}}{=} \begin{array}{l} \text{let } F : T_{\mathrm{F}} = \big(\text{fn } f{:}T \Rightarrow (\text{fn } x{:}\mathsf{unit} \Rightarrow (\text{await } \mathsf{true} \text{ protect } x \text{ end}) \mid\mid (f x))\big) \\ \text{in } (\mathsf{fix}.F)(\mathrm{m} := !\mathrm{m} + 1; \mathrm{l} := !\mathrm{l} + 1) \end{array}$$

(a) Supponendo che i tre programmi siano tutti ben tipati. Si argomenti (informalmente, ma con cura) se valgono le seguenti relazioni:

- $A \sqsubseteq B$
- $B \sqsubseteq A$
- $A \sqsubseteq C$
- $C \sqsubseteq A$
- $B \sqsubseteq C$
- $C \sqsubseteq B$.