UNIVERSITÀ di VERONA

Dipartimento di INFORMATICA

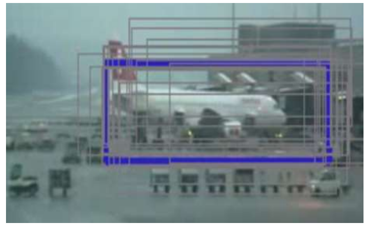
Laurea magistrale in Ingegneria e scienze informatiche

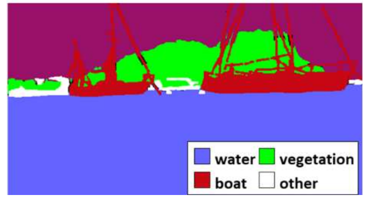
Cinematica

manovrabilità e traiettorie

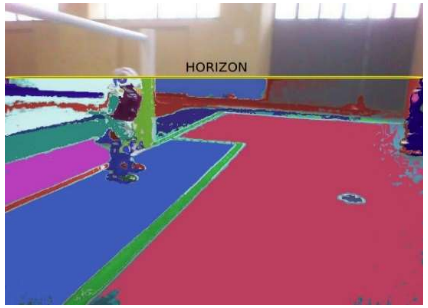
Corso di Robotica
Parte di Laboratorio

Docente:
Domenico Daniele Bloisi





Ottobre 2017



Posizione P nel frame globale

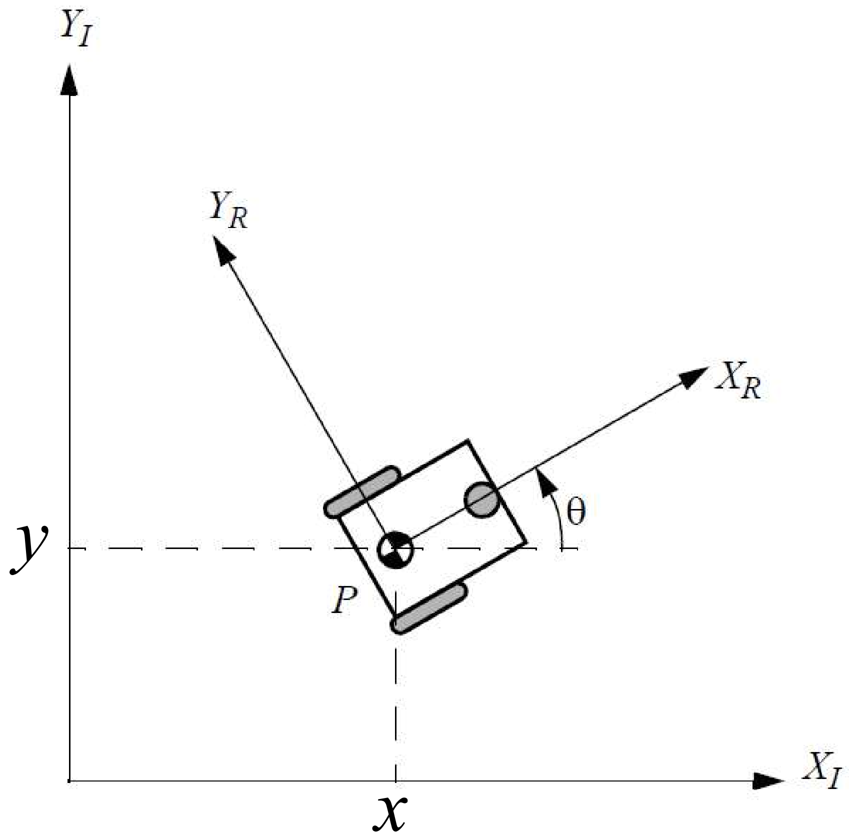
- Il punto P è rappresentato nel frame globale dalle coordinate x e y

- la differenza angolare tra i frame locale e globale è data da θ

- Robot pose:

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

espressa nel frame
di riferimento globale



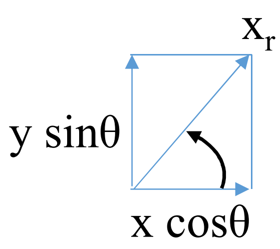
Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

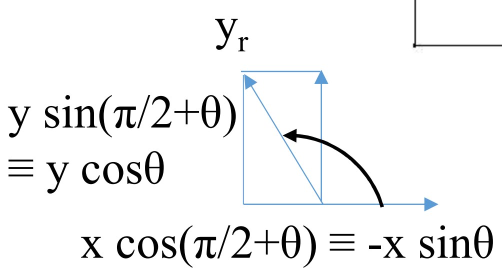
Matrice di rotazione ortogonale

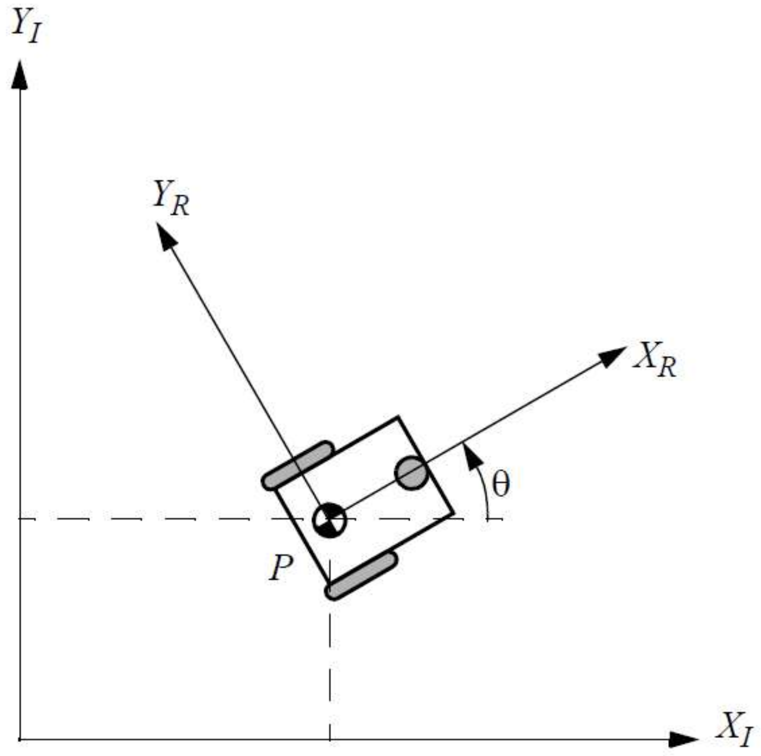
- La matrice di rotazione ortogonale $R(\theta)$ serve a mappare nel frame di riferimento del robot $\{X_R, Y_R\}$ il movimento calcolato nel frame di riferimento globale $\{X_I, Y_I\}$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- otteniamo $\dot{\xi}_R = R(\theta)\dot{\xi}_I$



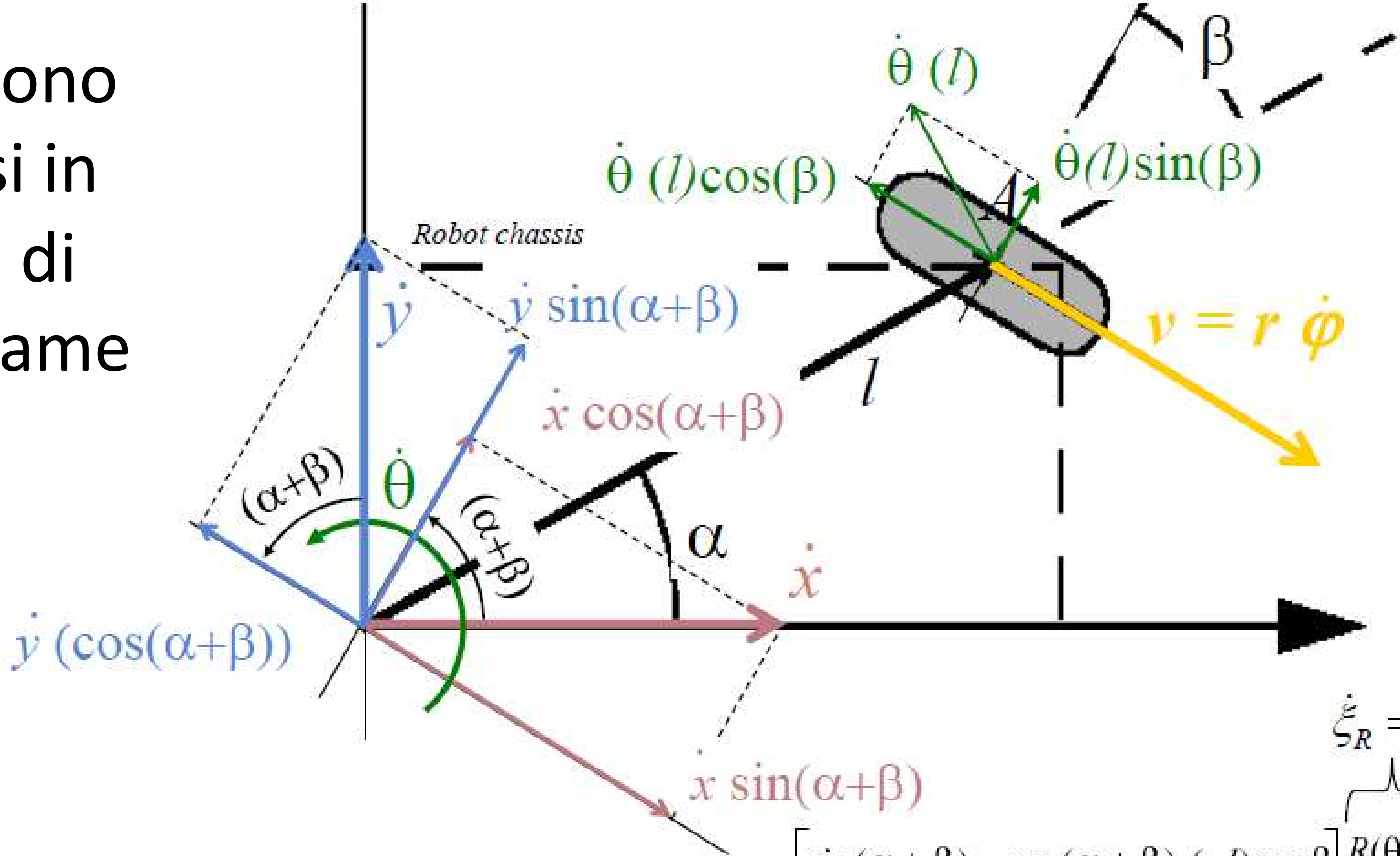




Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Vincoli - ruota semplice fissa

α, β, l sono espressi in termini di body frame



$$\left[\sin(\alpha+\beta)\ \ -\cos(\alpha+\beta)\ \ (-l)\cos\beta\right] \overbrace{R(\theta)\dot{\xi}_I}^{\dot{\xi}_R = \left[\dot{x}\ \ \dot{y}\ \ \dot{\theta}\right]^T} - r\dot{\varphi} = 0$$

$$\left[\cos(\alpha+\beta)\ \ \sin(\alpha+\beta)\ \ l\sin\beta\right] R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

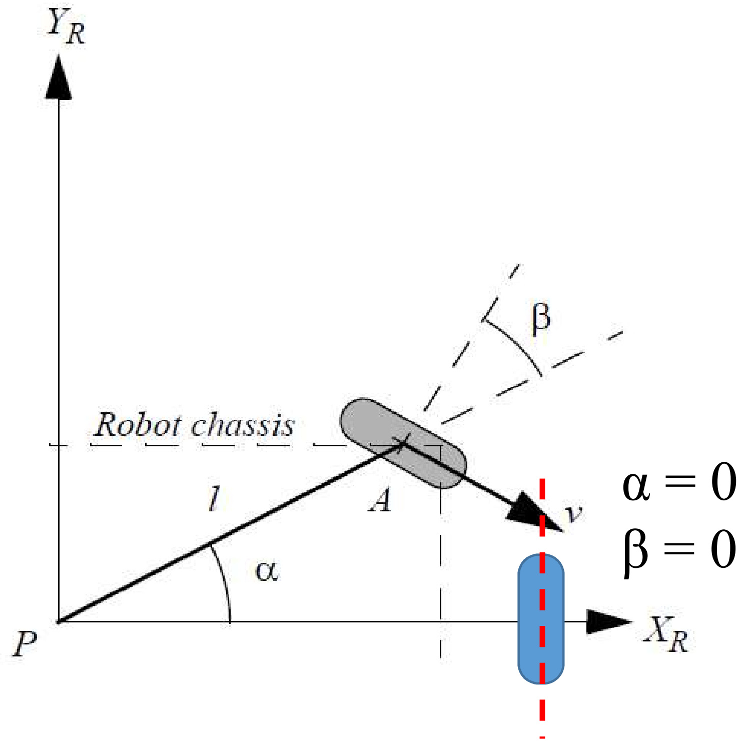
Esempio - ruota semplice fissa

Vincolo di puro scivolamento $\begin{bmatrix}\cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & l\sin\beta\end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$

- Supponiamo che la ruota A sia in una posizione per la quale si abbia $\alpha = 0 \;\; \beta = 0$
- Se $\theta = 0$
  - Il punto di contatto della ruota sarà sull'asse X_I
  - Il piano della ruota sarà parallelo a Y_I
  - il vincolo di rotolamento si ridurrà a:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{\theta}\end{bmatrix} = 0$$

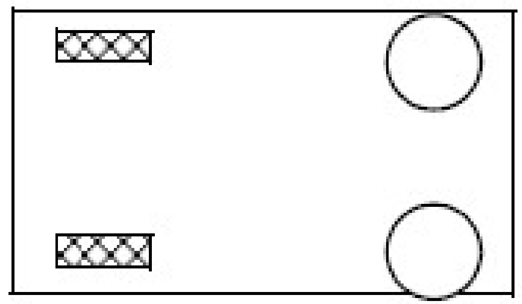
- La componente di velocità lungo X_I sarà quindi vincolata ad essere 0



Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Vincoli cinematici del robot completo

- Dato un robot con *M* ruote:
  - Ogni ruota impone uno o più vincoli sul movimento del robot
  - Solo le ruote semplici fisse e sterzanti impongono vincoli sul movimento della scocca del robot
  - Le ruote tipo castor, swedish e sferiche non impongono vincoli cinematici sulla scocca poichè il robot è libero di muoversi contando sui gradi di libertà interni alle ruote

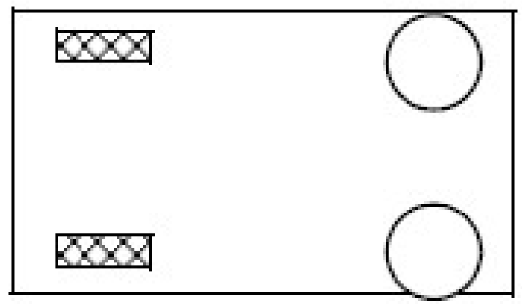


$M = 4$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Vincoli cinematici del robot completo

N = numero di ruote semplici



N_f = ruote fisse

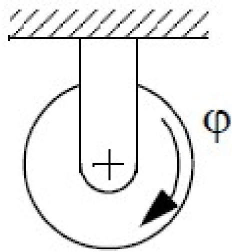
β_f = angolo di orientazione (fisso)

N_s = ruote sterzanti

$\beta_s(t)$ = angolo di sterzata (variabile nel tempo)

$$M = 4$$
$$N = 2$$
$$N_f = 2$$
$$N_s = 0$$

Posizione rotazionale $\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix}$



Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Rotolamento - Robot completo

I vincoli di puro rotolamento per tutte le ruote possono essere racchiusi in una singola espressione

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I + J_2\dot{\varphi} = 0$$

$$J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f} \\ J_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}_{(N_f+N_s)\times 3} \qquad J_2 = diag(r_1 \cdots r_N) \qquad \varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix}_{(N_f+N_s)\times 1}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} \sin(\alpha+\beta) & -\cos(\alpha+\beta) & (-l)\cos\beta \end{bmatrix}} R(\theta)\dot{\xi}_I - r\dot{\varphi} = 0$$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Scivolamento - Robot completo

Allo stesso modo i vincoli di scivolamento per tutte le ruote possono essere racchiusi in una singola espressione

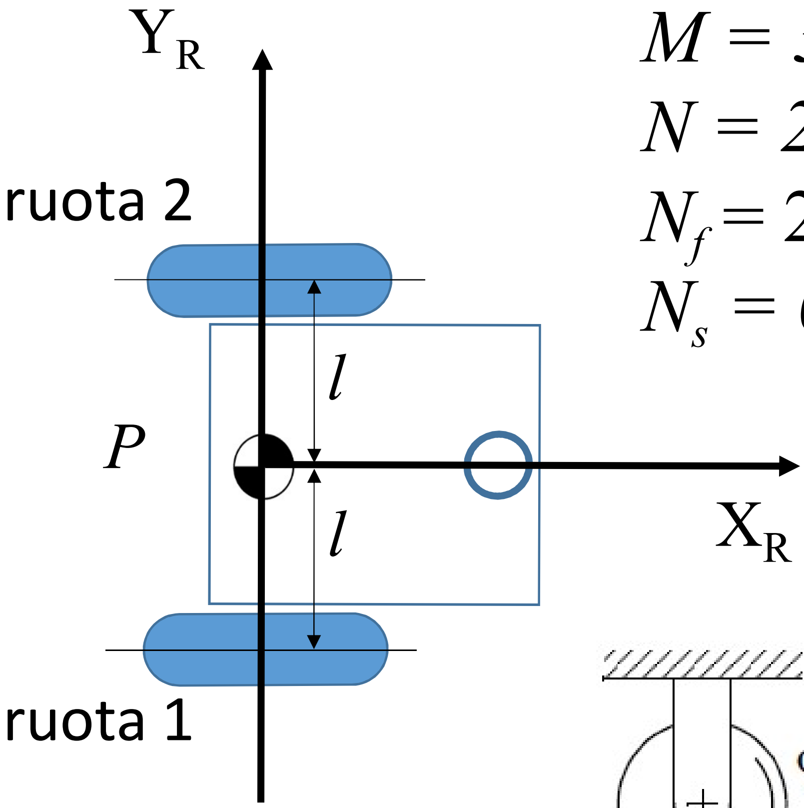
$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}_{(N_f+N_s)\times 3} \longrightarrow \boxed{\begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & l\sin\beta \end{bmatrix}} R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

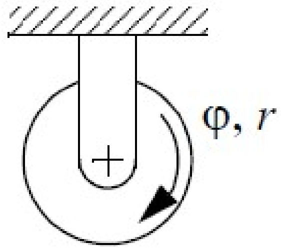
- I vincoli di scivolamento sulle ruote fisse sono i vincoli di maggiore impatto sulla manovrabilità del robot

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempio: Differential drive robot



$$M = 3$$
$$N = 2$$
$$N_f = 2$$
$$N_s = 0$$



vincoli

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I + J_2\dot{\varphi} = 0$$
$$C_1(\beta_s)R(\theta)\xi_I = 0$$

- castor non motorizzato e libero di muoversi in ogni direzione → possiamo ignorarlo

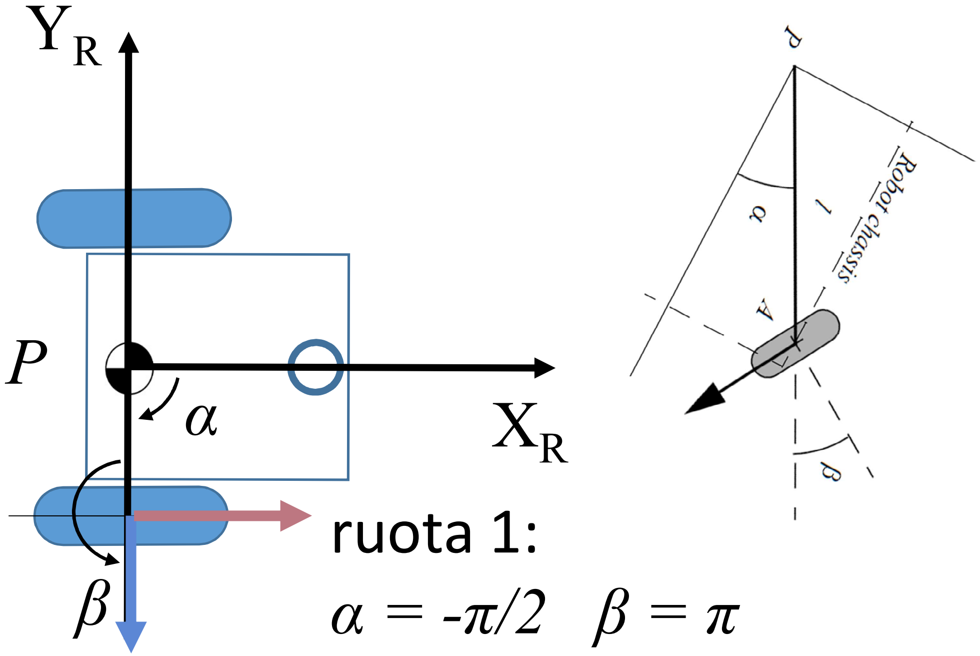
- ruota 1 e ruota 2 motorizzate e non sterzanti →
  $J_1(\beta_s)$ si semplifica in J_{1f}
  $C_1(\beta_s)$ si semplifica in C_{1f}

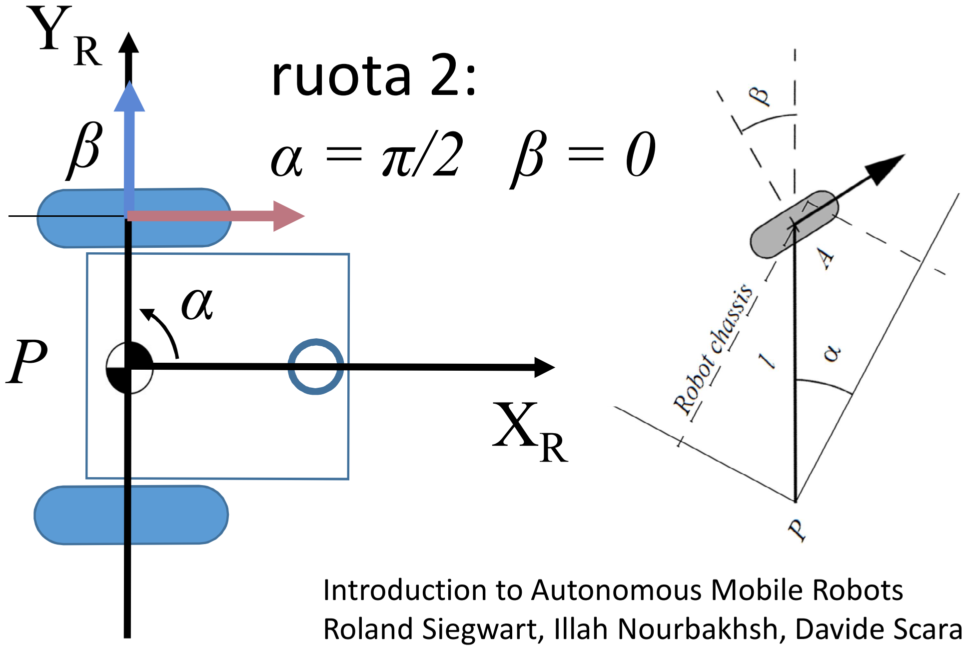
Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempio: Differential drive robot

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I + J_2\dot{\varphi} = 0$$
$$C_1(\beta_s)R(\theta)\xi_I = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} J_1(\beta_s) \\ C_1(\beta_s) \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$





Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempio: Differential drive robot

$$\begin{bmatrix} J_1(\beta_s) \\ C_1(\beta_s) \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

ruota 1: $\begin{bmatrix} \sin(\alpha+\beta) & -\cos(\alpha+\beta) & (-l)\cos\beta \end{bmatrix}$

$\alpha = -\pi/2 \quad \beta = \pi$

ruota 2: $\begin{bmatrix} \sin(\alpha+\beta) & -\cos(\alpha+\beta) & (-l)\cos\beta \end{bmatrix}$

$\alpha = \pi/2 \quad \beta = 0$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 1 & 0 & -l \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} R(\theta)\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le ruote sono parallele e si ha un'unica equazione indipendente per il vincolo di scivolamento

ruota 1 : $\begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & l\sin\beta \end{bmatrix}$

$\alpha = -\pi/2 \quad \beta = \pi$

$$\dot{\xi}_I = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esempio: Differential drive robot

$$\dot{\xi}_I = R(\theta)^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = R(\theta)^{-1}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\xi}_I = R(\theta)^{-1}\begin{bmatrix} \frac{r\dot{\varphi}_1}{2} + \frac{r\dot{\varphi}_2}{2} \\ 0 \\ \frac{r\dot{\varphi}_1}{2l} + \frac{-r\dot{\varphi}_2}{2l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{r\dot{\varphi}_1}{2} + \frac{r\dot{\varphi}_2}{2} \\ 0 \\ \frac{r\dot{\varphi}_1}{2l} + \frac{-r\dot{\varphi}_2}{2l} \end{bmatrix}$$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Manovrabilità

- La manovrabilità di un robot mobile è data dalla combinazione
  - della mobilità disponibile in base ai vincoli di scivolamento
  - più la libertà di movimento che deriva dalla possibilità di sterzare

- Grado di mobilità δ_m
- Grado di sterzabilità δ_s
- Manovrabilità del robot $\delta_M = \delta_m + \delta_s$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Manovrabilità: grado di mobilità

- Per evitare slittamenti laterali, il vettore di movimento $R(\theta)\dot{\xi}_I$ deve soddisfare i seguenti vincoli:

vincoli di scivolamento separati per ruote fisse e sterzanti

$$C_{1f} R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$C_{1s}(\beta_s) R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

- Il vettore $R(\theta)\dot{\xi}_I$ deve appartenere al *null space* della matrice $C_1(\beta_s)$
- Il null space (o kernel) di $C_1(\beta_s)$ è lo spazio N tale che per ogni vettore n appartenente ad N

$$C_1(\beta_s) \cdot n = 0$$

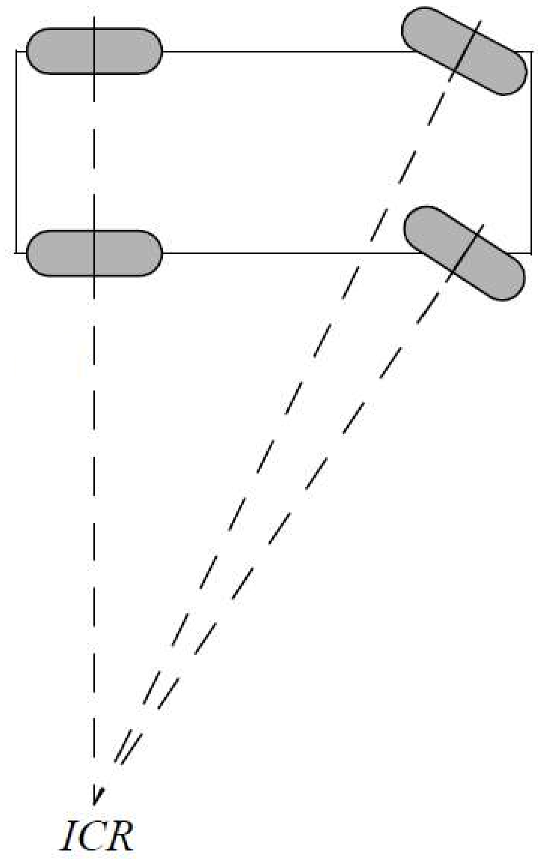
- Se i vincoli cinematici sono rispettati, allora il movimento del robot deve avvenire in questo spazio N

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Grado di mobilità

- Il grado di mobilità indica i gradi di libertà del robot controllabili in base alle variazioni di velocità impresse alle ruote

- I vincoli cinematici del robot rispetto al grado di mobilità possono essere dimostrati geometricamente facendo uso del concetto di *instantaneous center of rotation (ICR)*



Instantaneous Center of Rotation (ICR)

- Esiste una *zero motion line* lungo l'asse orizzontale perpendicolare al piano di ogni ruota

- La ruota si muove istantaneamente lungo una circonferenza di raggio R, il cui centro si trova lungo la zero motion line. Questo centro è l'ICR, detto anche instantaneous center of curvature (ICC)

- L' ICR varia nel tempo in funzione delle velocità delle single ruote

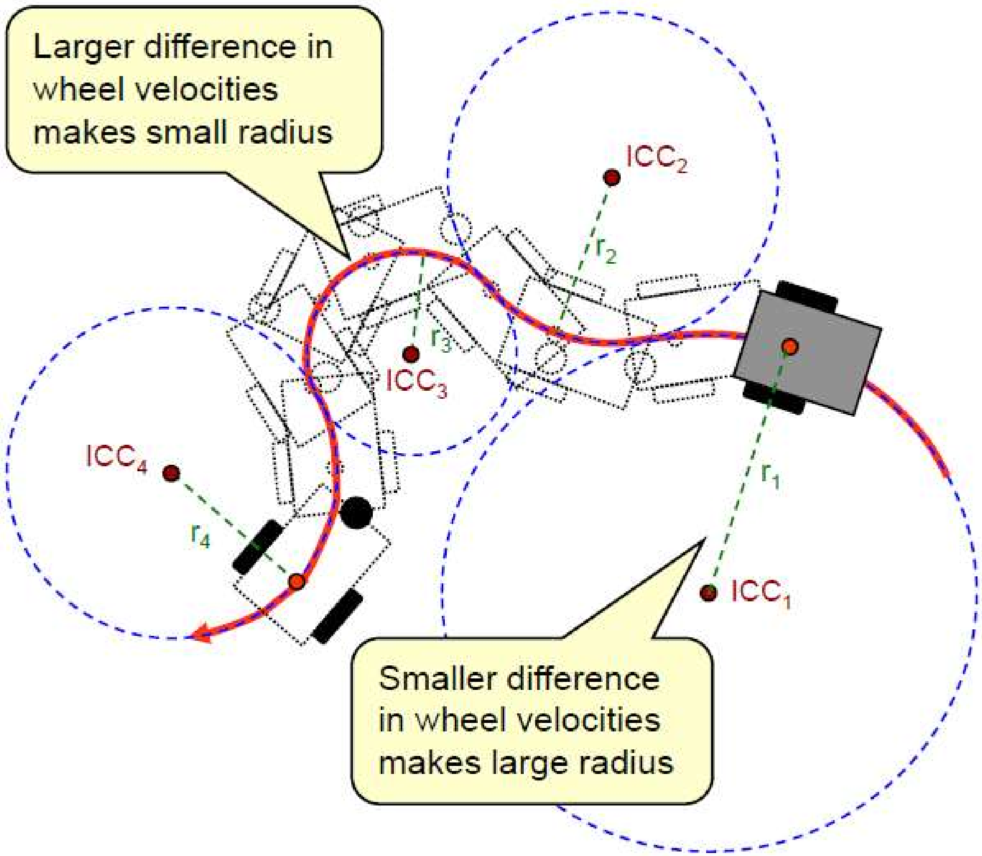


image from
http://people.scs.carleton.ca/~lanthier/teaching/COMP4807/Notes/5%20-%20PositionEstimation.pdf

Instantaneous Center of Rotation (ICR)

- Quando il valore di R è all'infinito, le velocità delle ruote sono equivalenti e il robot si muove su una linea retta
- Quando il valore di R è nullo, le velocità delle ruote sono uguali e opposte e il robot ruota sul posto
- In tutti i casi in cui R sia finito e non-nullo, il robot segue una traiettoria curva relativa ad un punto a distanza R dal centro di massa del robot
- I differential drive robot sono molto sensibili alle differenze di velocità delle due ruote, pertanto è difficile ottenere traiettorie lungo line perfettamente dritte

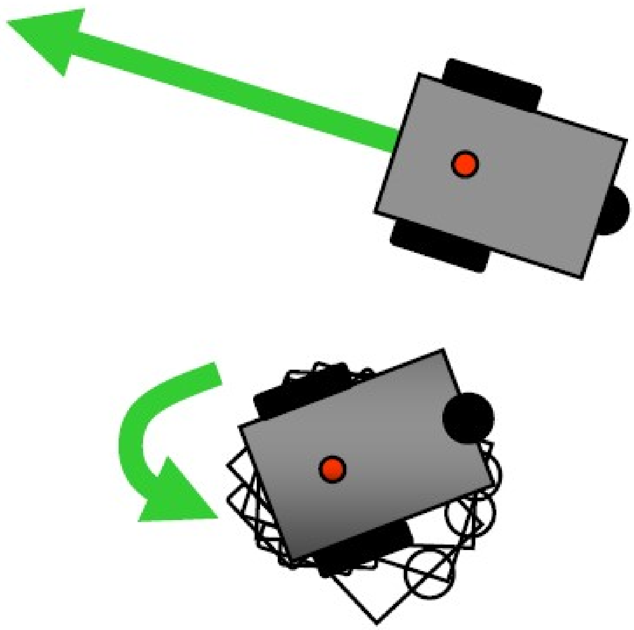
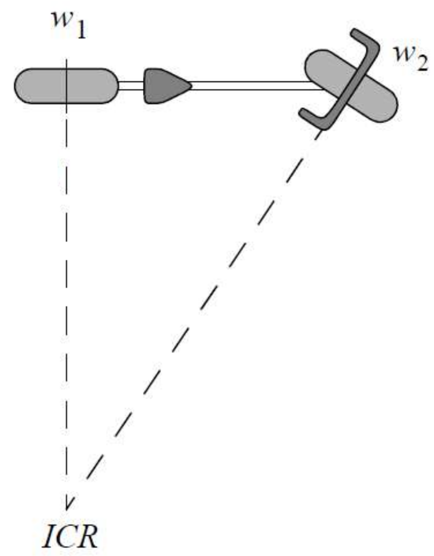
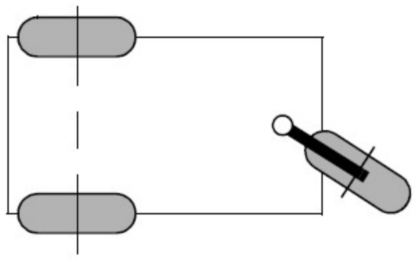


image from
http://people.scs.carleton.ca/~lanthier/teaching/COMP4807/Notes/5%20-%20PositionEstimation.pdf

Mobilità del robot

- Il grado di mobilità del robot è funzione del numero di vincoli sul movimento del robot e non è funzione del numero delle ruote
- Una bicicletta ha 2 vincoli cinematici indipendenti poiché ogni ruota impone un vincolo (ogni ruota ha una propria zero motion line)
- Un differential drive robot ha un unico vincolo cinematico poiché l’ICR giace lungo una linea e la seconda ruota non impone vincoli cinematici aggiuntivi





Grado di mobilità

- La cinematica del robot è una funzione dell'insieme dei vincoli indipendenti imposti da tutte le ruote semplici

$$C_{1f} R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$C_{1s}(\beta_s) R(\theta)\dot{\xi}_I = 0$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

- L'interpretazione matematica di indipendenza è legata al rango di una matrice. Infatti, il rango di una matrice è il minor numero di righe o colonne indipendenti in essa.
- Perciò $rank\left[C_1(\beta_s)\right]$ è il numero di vincoli indipendenti
- Più grande è il numero di vincoli indipendenti, minore sarà il grado di mobilità del robot

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempi

- Ruota fissa singola
- Posizione della ruota data dai parametri α, β, l nelle coordinate locali del robot
- avremo

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\xi_I = 0 \qquad C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

vuoto

$$C_1(\beta_s) = C_{1f} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & l\sin\beta \end{bmatrix}$$

$$rank\begin{bmatrix} C_1(\beta_s) \end{bmatrix} = 1$$

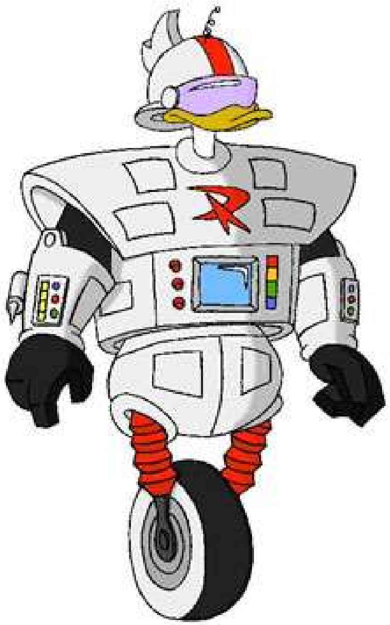
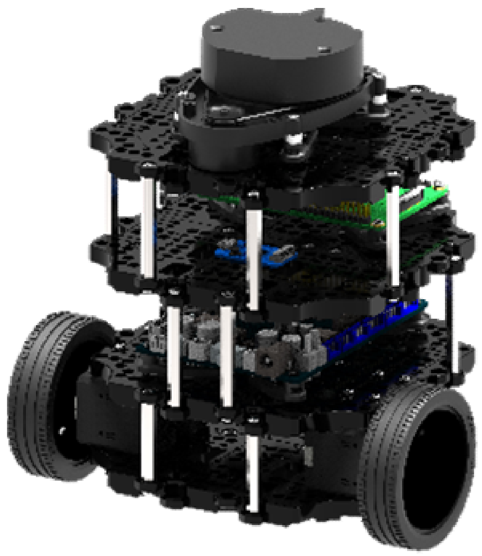


image from http://blogs.discovermagazine.com/discoblog/2010/04/13/its-a-robot-unicycle-or-a-segway-split-in-half-actually-we-dont-know/#.WfCq-mh-rIU

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempi

- Due ruote semplici fisse
- Posizione della ruota 1 data dai parametri α_1, β_1, l_1 nelle coordinate locali del robot
- ruota 2: α_2, β_2, l_2
- avremo $\{(l_1 = l_2), (\beta_1 = \beta_2 = 0), (\alpha_1 + \pi = \alpha_2)\}$



$$C_1(\beta_s) = C_{1f} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \sin(\alpha_1) & 0 \\ \cos(\alpha_1 + \pi) & \sin(\alpha_1 + \pi) & 0 \end{bmatrix}$$

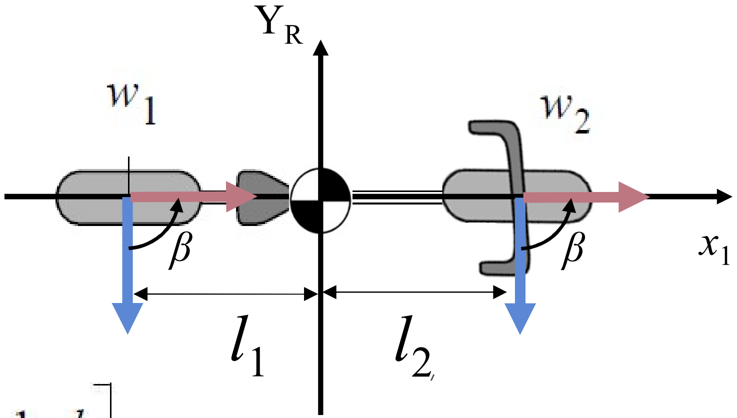
$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin\beta \end{bmatrix}$$

$$rank\left[C_1(\beta_s)\right] = 1$$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempi

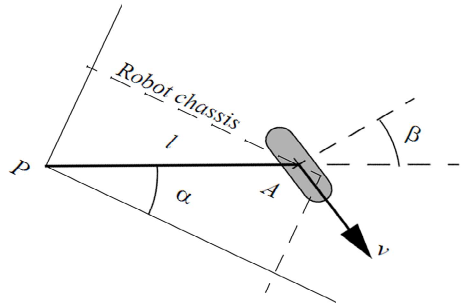
- Bicicletta
- Posizione della ruota 1 data dai parametri α_1, β_1, l_1 nelle coordinate locali della bici
- ruota 2: α_2, β_2, l_2 con ruota fissa in direzione dell'asse x_1



- avremo $\{(l_1 = l_2), (\beta_1 = \beta_2 = \pi/2), (\alpha_1 = 0), (\alpha_2 = \pi)\}$

$$C_1(\beta_s) = C_{1f} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & l_1 \sin(\pi/2) \\ \cos(3\pi/2) & \sin(3\pi/2) & l_1 \sin(\pi/2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_1 \\ 0 & -1 & l_1 \end{bmatrix}$$

$$rank\left[C_1(\beta_s)\right] = 2$$



Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Grado di mobilità δ_m

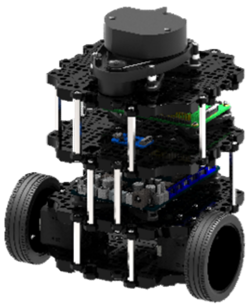
- Se $rank\left[C_{1f}\right] > 1$ il robot può al massimo viaggiare lungo una circonferenza o una linea retta
- In generale, avremo $0 \le rank\left[C_1(\beta_s)\right] \le 3$
- se $rank\left[C_1(\beta_s)\right] = 0 \Rightarrow N_f = N_s = 0$ assenza di ruote semplici
- se $rank\left[C_1(\beta_s)\right] = 3 \Rightarrow$ il robot è completamente vincolato in tutte le direzioni, il movimento sul piano è impossibile

Definizione di grado di mobilità δ_m

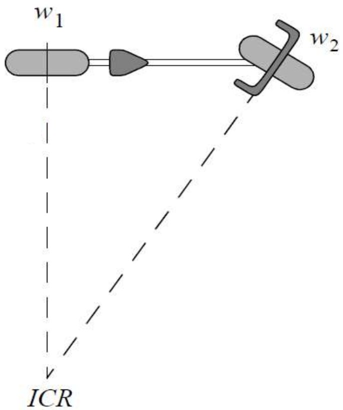
$$\delta_m = dimN\left[C_1(\beta_s)\right] = 3 - rank\left[C_1(\beta_s)\right]$$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Esempi: grado di mobilità δ_m



- Due ruote fisse con asse in comune
  $\delta_m = 2$
  possiamo controllare i cambi di orientazioni e la velocità di avanzamento (e retromarcia) variando la velocità delle due ruote



- Una ruota fissa e una ruota sterzante con assi diversi
  $\delta_m = 1$
  possiamo controllare solo la velocità di avanzamento (e retromarcia) variando la velocità delle due ruote.
  Solo sterzando si può variare l’ICR

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Grado di sterzabilità

- Definito come

$$\delta_s = rank\left[C_{1s}(\beta_s)\right]$$

  con range $0 \le \delta_s \le 2$

- La particolare orientazione ad ogni istante impone un vincolo cinematico
- Tuttavia, la capacità di cambiare l'orientazione può portare ad accrescere la manovrabilità del robot

- Esempi:
  - una ruota sterzante: Triciclo $\delta_s = 1$
  - due ruote sterzanti: assenza di ruote fisse semplici $N_f = 0$ $\delta_s = 2$
  - automobile (Ackermann steering): $N_f = 2$ e $N_s = 2$ con asse in comune → $\delta_s = 1$ $\delta_m = 1$

Grado di manovrabilità δ_M

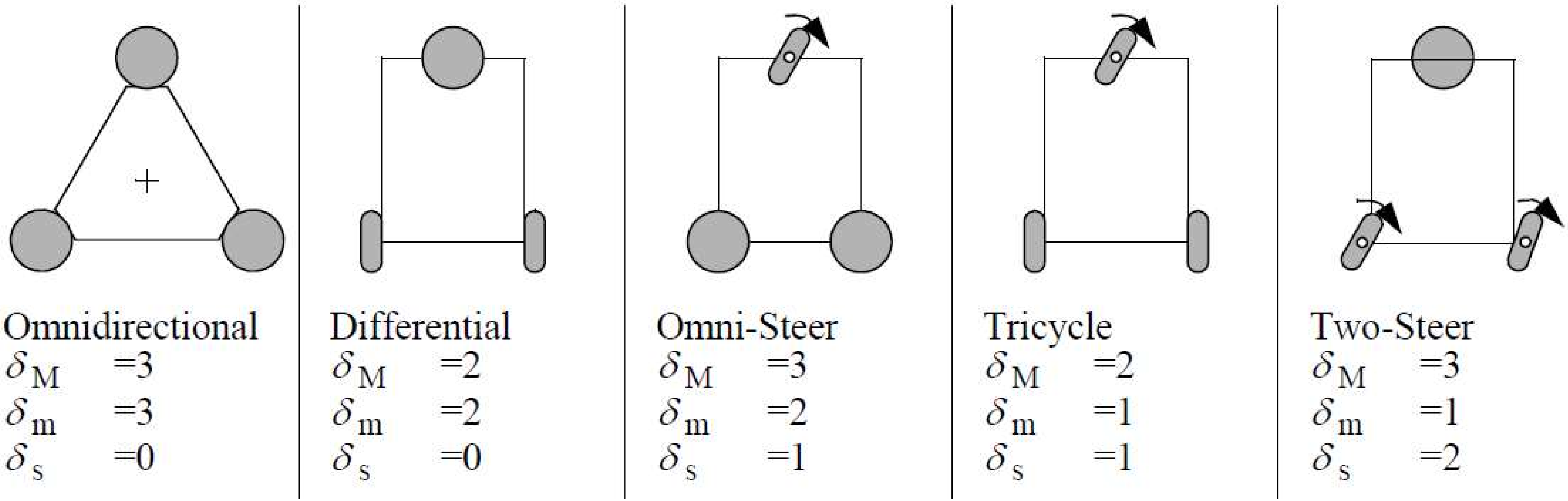
- Definito come

$$\delta_M = \delta_m + \delta_s$$

- include
  - i gradi di libertà che il robot può gestire direttamente variando la velocità delle ruote
  - i gradi di libertà gestibili indirettamente cambiando la configurazione di sterzata e muovendosi
- Due robot con lo stesso valore di δ_M non sono necessariamente equivalenti
- Per ogni robot con $\delta_M = 2$ l'ICR è vincolato a giacere su una linea
- Per ogni robot con $\delta_M = 3$ l'ICR può assumere un qualunque valore sul piano

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Manovrabilità: configurazioni a 3 ruote



Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Controllo del movimento

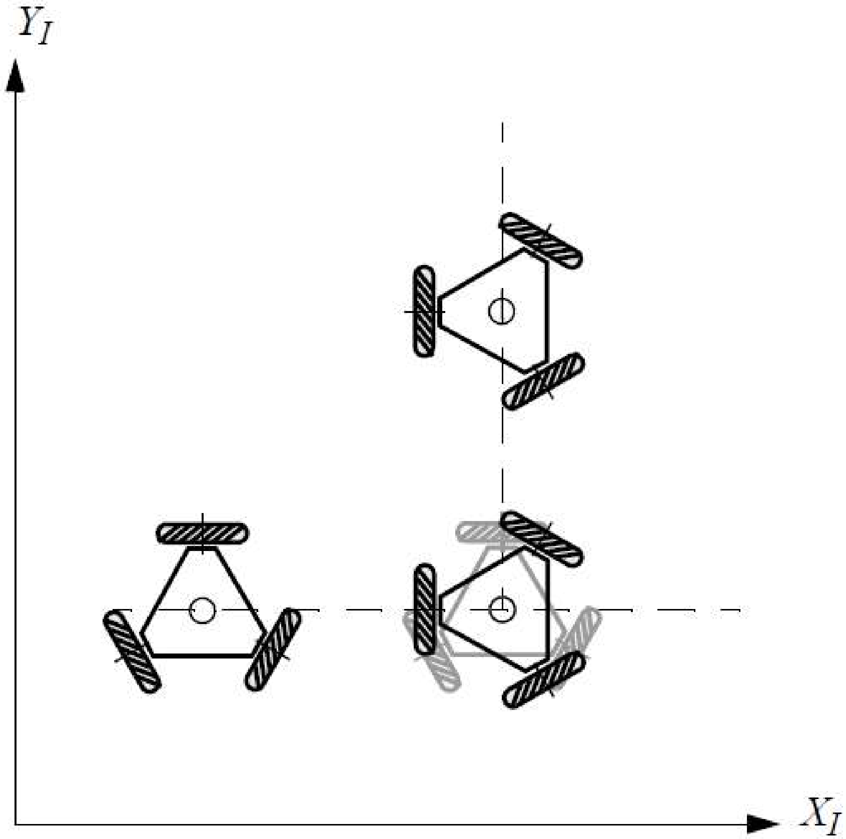
- L’obiettivo di un controllore cinematico è quello di seguire una traiettoria descritta dalla sua posizione o profilo di velocità come una funzione nel tempo

- Una traiettoria è come un percorso (*path*) ma con l’aggiunta della dimensione tempo

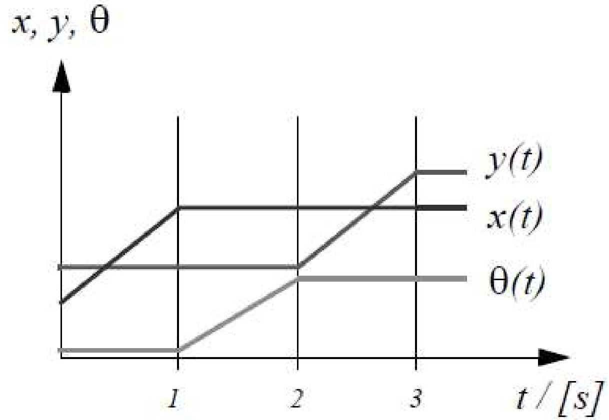
- La maggior parte dei controllori non considerano la dinamica del sistema

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Traiettoria



- Per un robot omnidirezionale sul piano, un path sarà una traccia attraverso uno spazio 3D di robot pose
- Per lo stesso robot, una traiettoria sarà una traccia attraverso uno spazio 4D (pose + tempo)



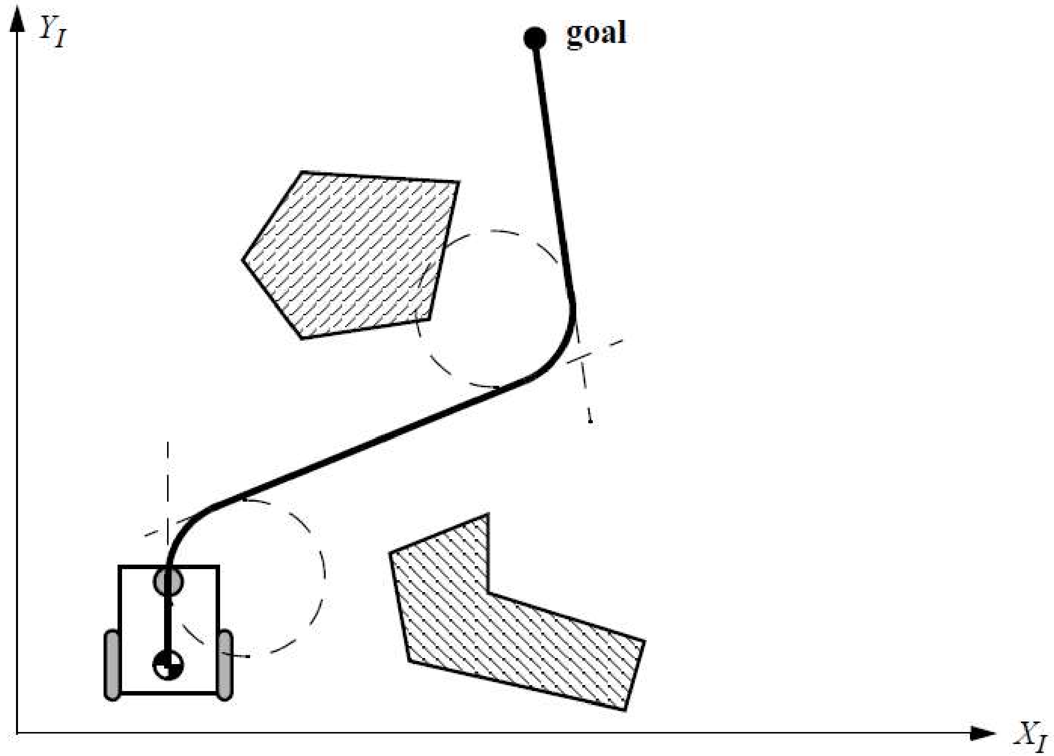
Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Controllo open-loop

Possibile strategia:

- Dividere la traiettoria in segmenti di movimento di forma nota.
  Per esempio: segmenti e archi di circonferenza

Questo approccio si definisce open-loop control, pochè non vi è alcun feedback sulla posizione del robot e sulla sua velocità



Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

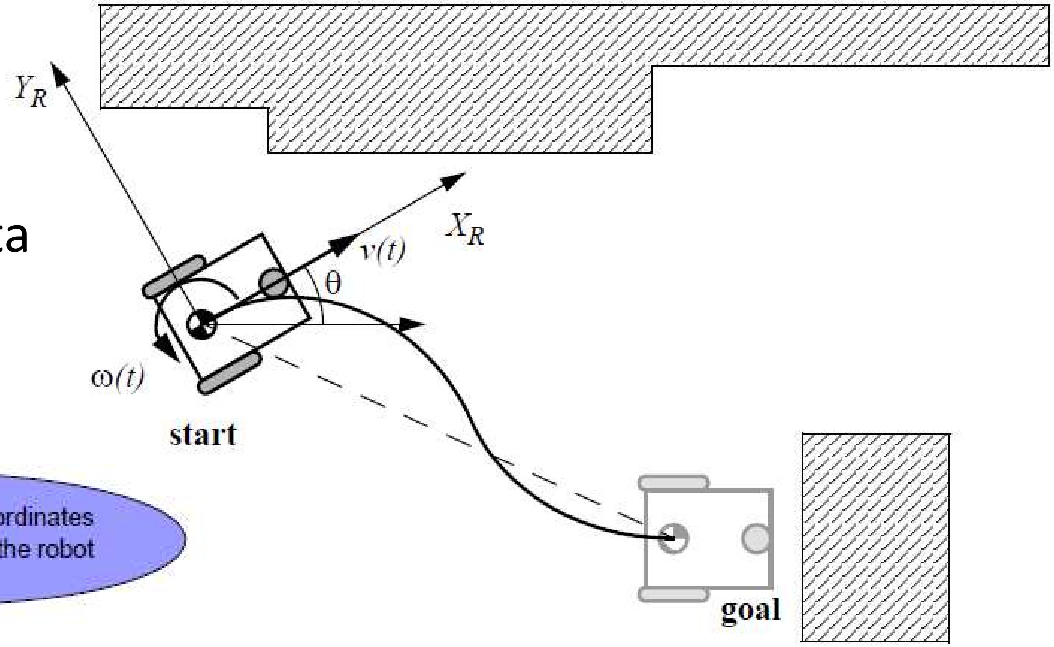
Svantaggi del controllo open-loop

Il controllo open-loop presenta notevoli svantaggi:

- Non è sempre facile calcolare in anticipo una traiettoria che sia realizzabile dal robot
- Non sempre è possibile tenere in conto tutti i vincoli e le limitazioni sulle velocità e le accelerazioni del robot
- Non è un approccio in grado di adattarsi alle modifiche dell'ambiente correggendo la traiettoria
- Spesso le traiettorie calcolate non sono *smooth*

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

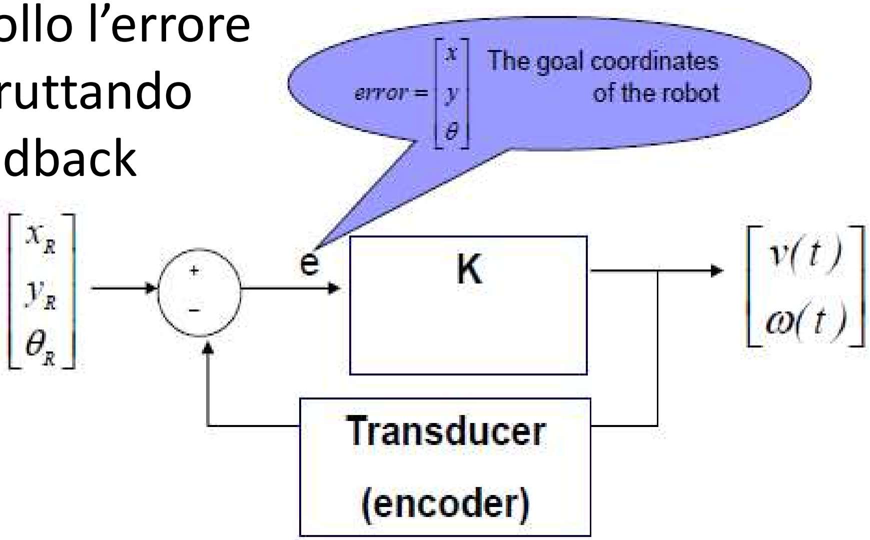
Controllo in feedback



Consideriamo di avere

- un robot con una posizione e orientazione arbitraria
- una posizione e una orientazione predefinita come obiettivo (goal)

Vogliamo progettare un controllore per tenere sotto controllo l'errore sulla robot pose sfruttando informazioni di feedback



Introduction to Mobile Robotics
Dr. Carlotta A. Berry

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Controllo in feedback

Il goal è dato dalle coordinate x, y, θ
L'errore di pose definito nel sistema di riferimento del robot $\{X_R, Y_R, \theta\}$ è $e = {}^R[x, y, \theta]^T$

L'obiettivo del controller è quello di trovare una matrice di controllo K (se esiste)

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad k_{ij} = k(t, e)$$

tale che il controllo dei valori $v(t)$ e $\omega(t)$

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = K \cdot e = K \, {}^R\begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

Pose-error =
posizione corrente
– posizione goal

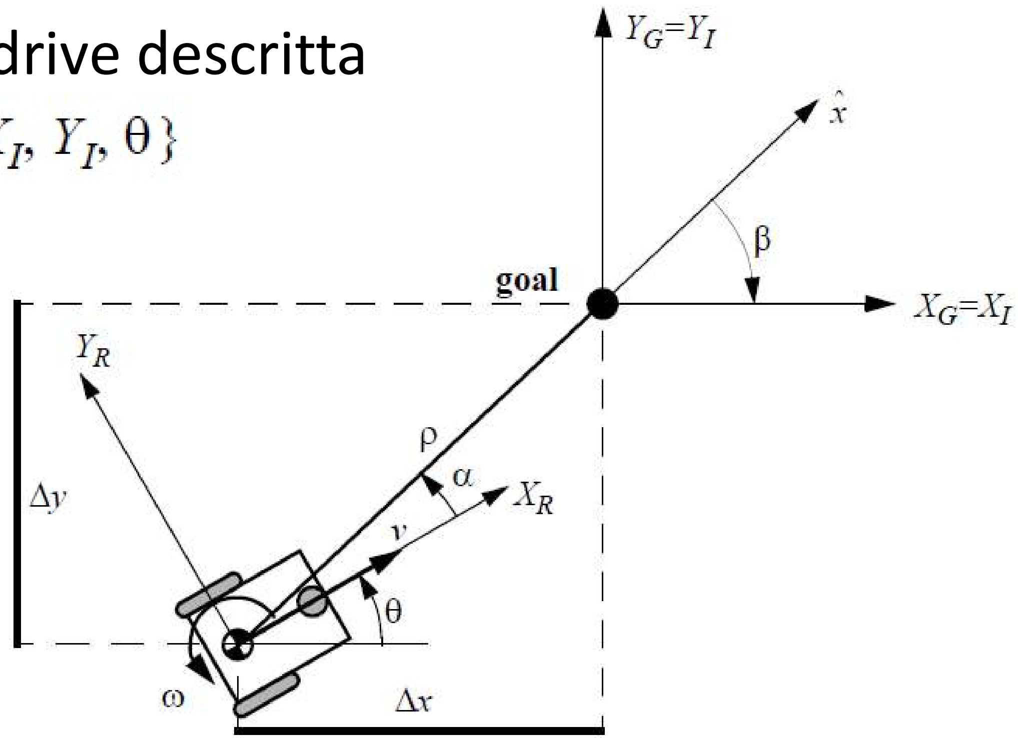
porti ad avere un errore e pari a zero $\lim_{t \to \infty} e(t) = 0$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Modello cinematico

La cinematica di un robot differential drive descritta nel sistema di riferimento inerziale $\{X_I, Y_I, \theta\}$ è data da

$$
{}^{I}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}
$$



dove $\dot{x}$ e $\dot{y}$ sono le velocità lineari nella direzione degli assi X_I e Y_I del sistema di riferimento inerziale

Sia α l'angolo tra l'asse X_R del sistema di riferimento del robot e il vettore $\hat{x}$ che collega il centro dell'asse delle ruote con la posizione finale

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Modello cinematico

Trasformando in coordinate polari con origine nel goal

$$\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\alpha = -\theta + \operatorname{atan2}(\Delta y, \Delta x)$$

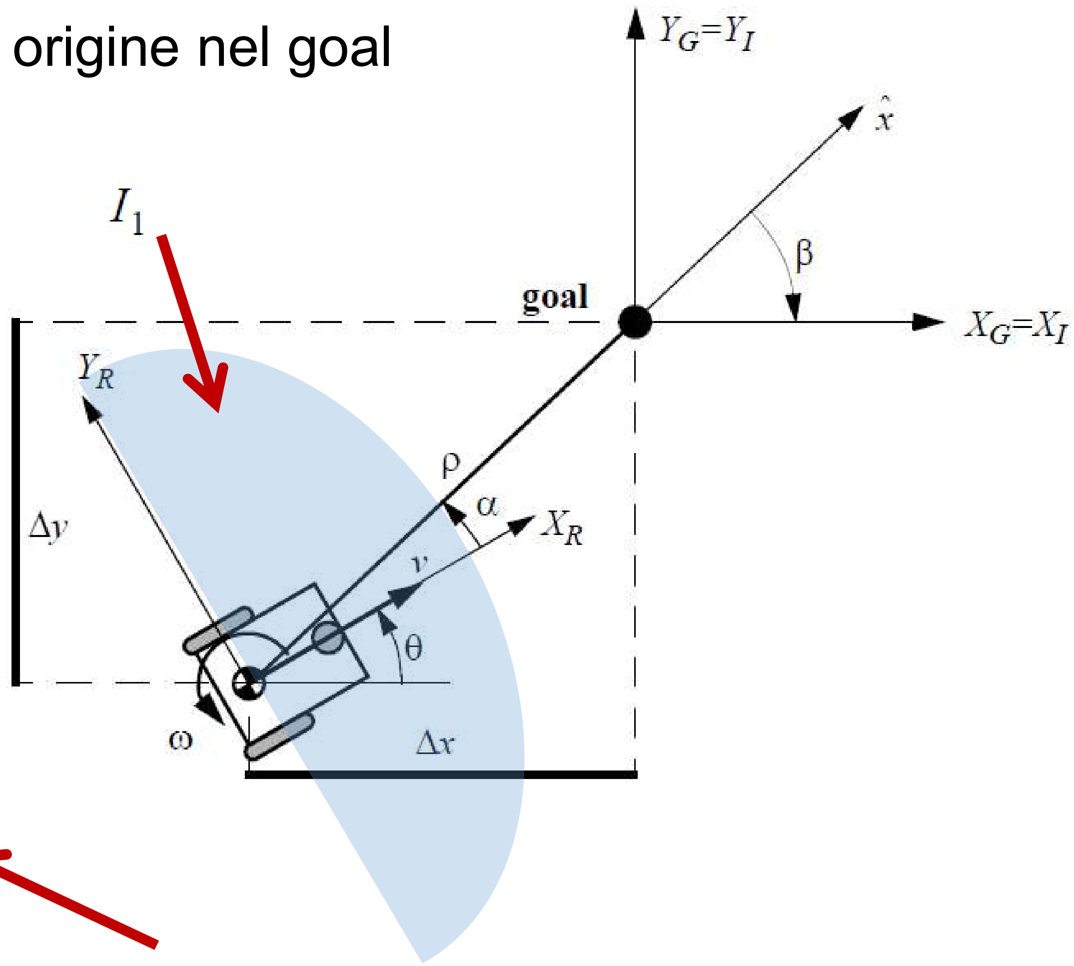
$$\beta = -\theta - \alpha$$

otteniamo

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\alpha & 0 \\ \dfrac{\sin\alpha}{\rho} & -1 \\ -\dfrac{\sin\alpha}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\alpha \in I_1$$

$$I_1 = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$



Il robot si muove in avanti con $v > 0$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

Modello cinematico

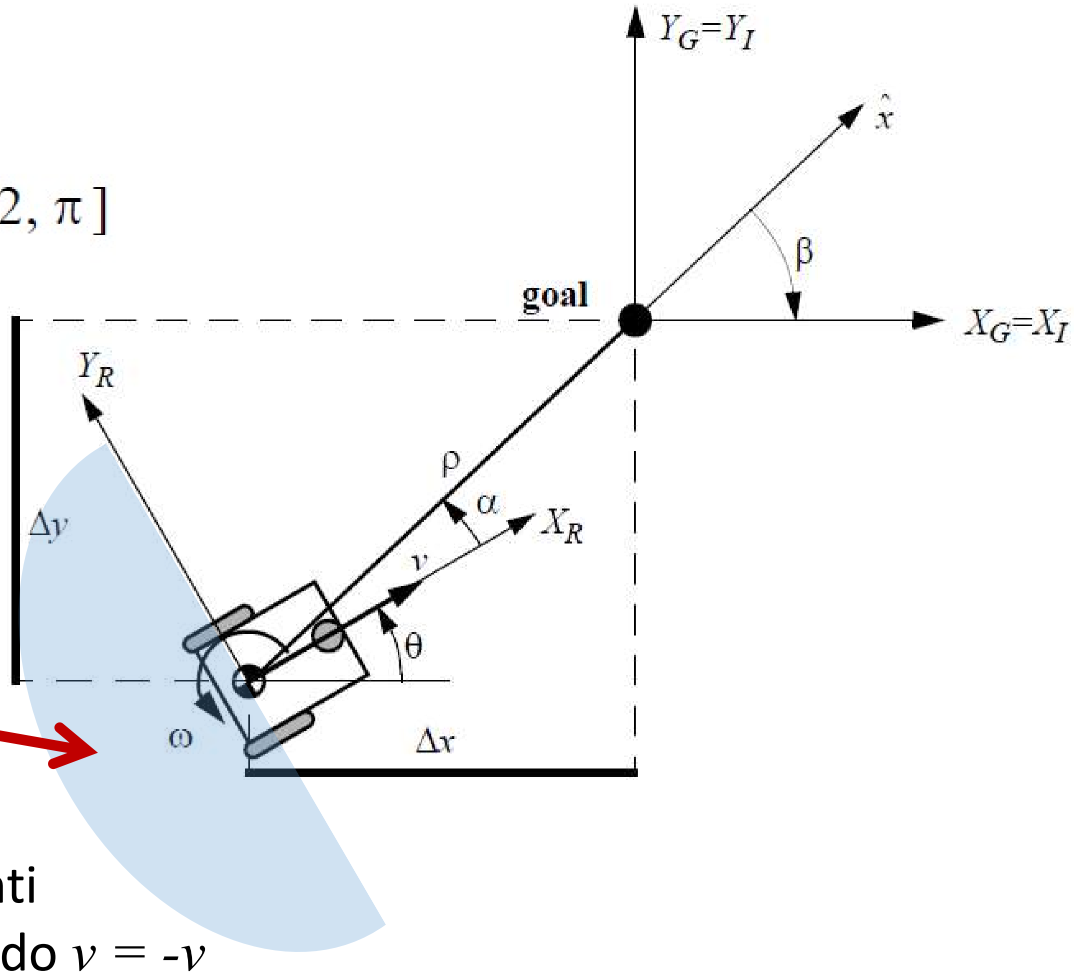
Allo stesso modo se

$$\alpha \in I_2 \quad \text{con} \quad I_2 = (-\pi, -\pi/2] \cup (\pi/2, \pi]$$

otteniamo

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 \\ -\dfrac{\sin\alpha}{\rho} & 1 \\ \dfrac{\sin\alpha}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

I_2



La velocità in avanti
è ridefinita ponendo $v = -v$

Introduction to Autonomous Mobile Robots
Roland Siegwart, Illah Nourbakhsh, Davide Scaramuzza

La legge di controllo

Considerando la legge di controllo lineare

$$v = k_\rho \rho$$

$$\omega = k_\alpha \alpha + k_\beta \beta$$

Otteniamo un sistema closed-loop descritto da

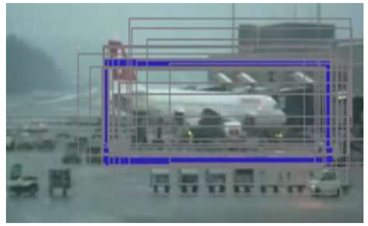
$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_\rho \rho \cos\alpha \\ k_\rho \sin\alpha - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \\ -k_\rho \sin\alpha \end{bmatrix}$$

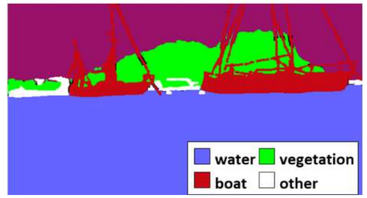
che guiderà il robot al punto $(\rho, \alpha, \beta) = (0, 0, 0)$

UNIVERSITÀ di VERONA

Dipartimento di INFORMATICA

Laurea magistrale in Ingegneria e scienze informatiche



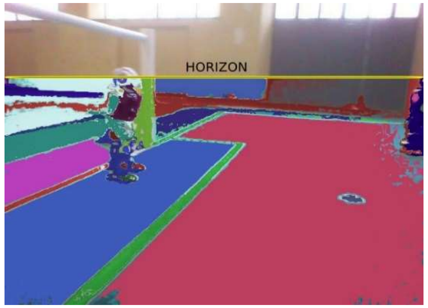


Cinematica

manovrabilità e traiettorie

Corso di Robotica
Parte di Laboratorio

Docente:
Domenico Daniele Bloisi



Ottobre 2017

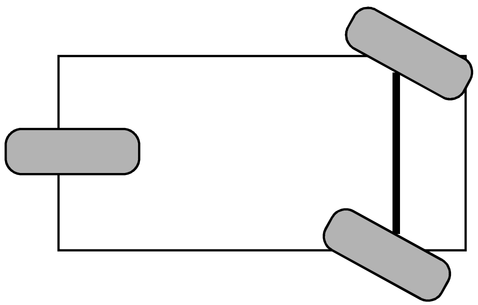
Esercizio 1

Considerando il veicolo Piaggio MP3

calcolare i valori di

δ_m , δ_s e δ_M

e individuare l'ICR per la seguente configurazione



http://www.piaggio.com/mp3

Esercizio 2

Lanciare il comando

`roslaunch turtlebot3_gazebo turtlebot3_simulation.launch`

Una volta verificato che l'esecuzione vada a buon fine, modificare opportunamente il file

`turtlebot3_simulations/turtlebot3_gazebo/src/gazebo_ros_turtlebot3.cpp`

in modo che il robot incrementi del 10% la propria velocità lineare ad ogni svolta a sinistra

! Il file .cpp modificato va compilato lanciando il comando `catkin_make` dal workspace ROS