



Progetto Tandem

Prova scritta di Matematica di Base - Modulo 1 Propedeutico

26 marzo 2014

**Pb 1.** Si consideri la seguente relazione sull'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali:

$$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R} \text{ e } x - y \text{ è un numero razionale}\}.$$

Si dica se si tratta di una relazione di tipo noto. Si esibiscano due coppie di numeri irrazionali, una sola delle quali appartenga alla relazione.

**Pb 2.** Si consideri, sull'insieme  $\mathbf{Z}$  degli interi relativi, la relazione

$$R = \{(x, y) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : x^{2014} = y^{2014} \text{ e } x \leq y\}.$$

Dimostrare che si tratta di una relazione d'ordine largo e trovare per quali  $x, y \in \mathbf{Z}$  si ha  $(x, 2) \in R, (y, -2) \in R$ .

**Pb 3.** Sull'insieme  $X = \{a, b, c, d, e, f\}$  si consideri la relazione

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, e), (c, e), (d, e), (a, e), (f, b), (f, e)\}.$$

Verificare se si tratta di una relazione d'ordine stretto. In caso affermativo, determinare gli eventuali maggioranti, minoranti, massimali, minimali, estremo superiore, estremo inferiore, massimo, minimo del sottinsieme  $S = \{b, c, e\}$ .

**Pb 4.** Dato l'insieme di coppie ordinate

$$g = \{(x, 3 - x) : x \in \mathbf{N}, 1 \leq x^3 \leq 22\} \cup \{(x, x^2 - 3) : x \in \mathbf{N}, 0 < x^2 - 1 < 24\} \cup \{(x, x + 3) : x \in \mathbf{N}, x > 4\} \cup \{(0, 0), (2, 1)\},$$

giustificare perché  $g$  è una funzione da  $\mathbf{N}$  in  $\mathbf{N}$ . Dire anche, giustificando le risposte, se è totale, iniettiva, suriettiva, biiettiva. Data poi la funzione  $f = \{(0, 3), (4, 2), (3, 5)\}$ , si scrivano le funzioni composte  $h = f \circ g$  e  $k = g \circ f$  precisandone l'insieme di definizione e l'immagine. Si dica anche se sono queste due funzioni sono iniettive.

**Pb 5.** È vero che l'unione dell'insieme  $\sqrt{2}\mathbf{N} = \{n\sqrt{2} : n \in \mathbf{N}\}$  e dell'insieme  $\mathbf{Q}$  dei numeri razionali è numerabile? Motivare la risposta.

Nome e Cognome: ..... Scuola: .....