



Computabilità

Cenni introduttivi

Progetto Nazionale Lauree Scientifiche
Licei “Fracastoro” e “Messedaglia”
Verona, novembre/dicembre 2012



Che cos'è l'Informatica?

Programmazione per Matematica Applicata
AA 2012/13 - Ugo Solinas



Dal dizionario



- [**Garzanti**] Scienza che studia l'informazione e, più specificamente, l'elaborazione dei dati e il loro trattamento automatico mediante elaboratori elettronici.
- [**Wikizionario**] Scienza e tecnica che tratta l'elaborazione automatica dei dati e i procedimenti di calcolo.
- [*Oxford Dictionary*] **Informatics:**
the science of processing data ...
- [*Cambridge Dictionary*] **Computer Science:**
the study of computers and how they can be used.
- **Computing Science?**
- **Informatique et Science Numerique?**



Informatica e Matematica?

- L'informatica ha come obiettivo primario *la soluzione di problemi attraverso il calcolo.*
- ***Ma la matematica non fa le stesse cose?***
- In informatica il metodo è fondamentale: ***il calcolo deve essere “effettivo”***
ossia ...



Una nuova “scienza”

- *“l’universo ... è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche”*

[Galileo Galilei, **Il Saggiatore**, capitolo 6]

- ***“L’universo è scritto in lingua matematica” e i caratteri sono numeri, le frasi sono strutture e procedimenti (effettivi), ...***



Che cos'è il calcolo?

- La matematica non si occupa esplicitamente del calcolo fino a tempi “recenti” (XVII secolo).
- E poi che cosa succede?
- E prima che cos'era la matematica?



All'inizio ...



- Non c'è distinzione tra matematica e procedimenti risolutivi.
- La matematica risolve problemi.
- In un teorema matematico
 - **l'enunciato** definisce contesto, condizioni e obiettivi;
 - la **dimostrazione** mostra come si può ottenere il risultato, verificandone la correttezza.



Alcuni esempi “classici”

Programmazione per Matematica Applicata
AA 2012/13 - Ugo Solinas



La bisettrice



- ***Ogni angolo ammette una bisettrice.***
- Dimostrazione:
 - costruzione mediante riga e compasso;
 - verifica di correttezza.
- In generale,
*non è possibile trisecare
un angolo con soli riga e compasso.*



Pitagora



- ***Il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.***
- **Dimostrazione:**
 - si procede alla costruzione con riga e compasso basandosi su alcune proprietà di equivalenza delle figure piane;
 - si conclude verificando la correttezza.



Area del triangolo

- ***Ogni triangolo è equivalente ad un parallelogramma con altezza congruente a quella del triangolo e base congruente a metà della base.***
- **Dimostrazione:**
 - costruzione della figura richiesta;
 - verifica di correttezza.



Massimo Comune Divisore

- ***Dati due numeri naturali non nulli a e b esiste un numero naturale M che li divide entrambi e che è massimo i divisori comuni di a e b .***
- **dimostrazione:**
 - calcolo mediante l'*algoritmo di Euclide*;
 - verifica di correttezza.



L'infinità dei numeri primi

- ***Esistono infiniti numeri primi.***
- dimostrazione (Euclide):
 - Lemma:
se p_1, p_2, \dots, p_n sono tutti numeri primi allora esiste un numero primo p diverso da quelli dati.
- Dimostrazione: ...



La misura della diagonale

- ***La misura della diagonale di un quadrato è tale che il suo quadrato è equivalente due volte il quadrato di un lato.***
- Dimostrazione: segue dal teorema di Pitagora.
- Osservazioni:
 - lato e diagonale sono ***incommensurabili***;
 - perché questo fatto ci disturba?



Le Equazioni

- ***Esistono procedimenti risolutivi (algoritmi?) per radicali delle equazioni di grado ≤ 4 .***
- Quali sono gli strumenti consentiti?
- E che cosa si fa negli altri casi?



I numeri reali

- Questione: ***si possono calcolare i numeri reali?***
- Non abbiamo procedimenti di calcolo per ogni numero reale.
- Anzi non abbiamo nemmeno descrizioni!
- Che cosa significa tutto ciò?
- Come si arriva a queste conclusioni?