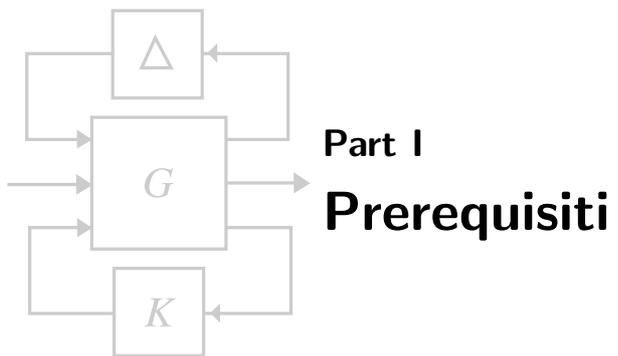
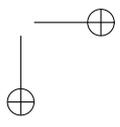
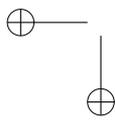
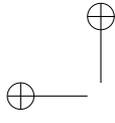


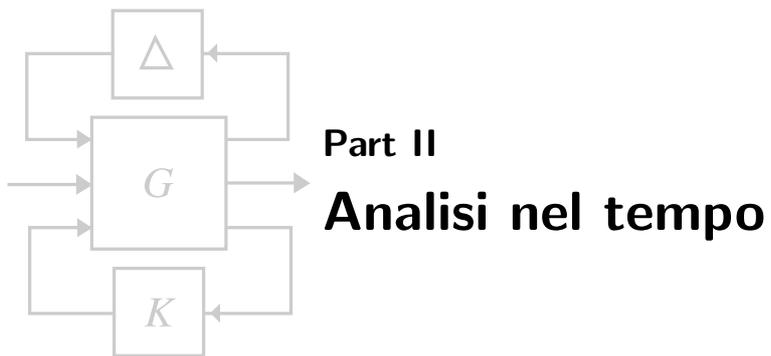
Contents

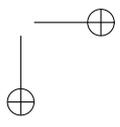
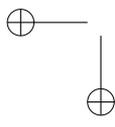
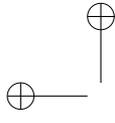
I	Prerequisiti	1
II	Analisi nel tempo	3
III	Analisi in frequenza	5
IV	Sintesi in frequenza	7
1	Luogo delle radici	9
1.1	Introduzione	9
1.2	Regole per il tracciamento del luogo	11
1.3	Utilizzo del luogo delle radici per la sintesi del controllore	18
1.3.1	Progetto del controllore per un motore DC	18
1.3.2	Nested Control Loop	20
1.3.3	Progettazione di un controllore per sistemi collocati e non collocati	20
1.3.4	Contorno delle radici	20
1.3.5	Reti anticipatrici e ritardatrici	20
1.4	Il luogo delle radici per sistemi a tempo discreto	20
	Exercises	20

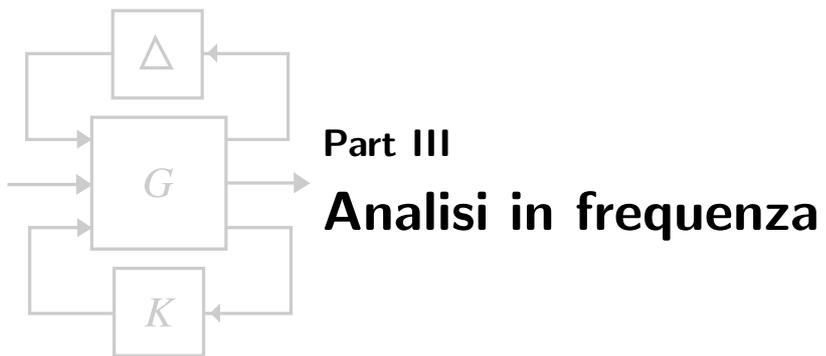
ii	Contents
V Lyapunov	21
VI Proprietà strutturali dei modelli di stato	23
VII Sintesi nel tempo	25
VIII Sample-data Systems	27
IX Complementi	29
Bibliography	31
Index	32

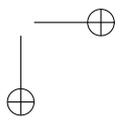
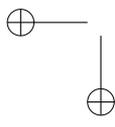
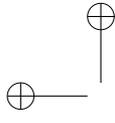


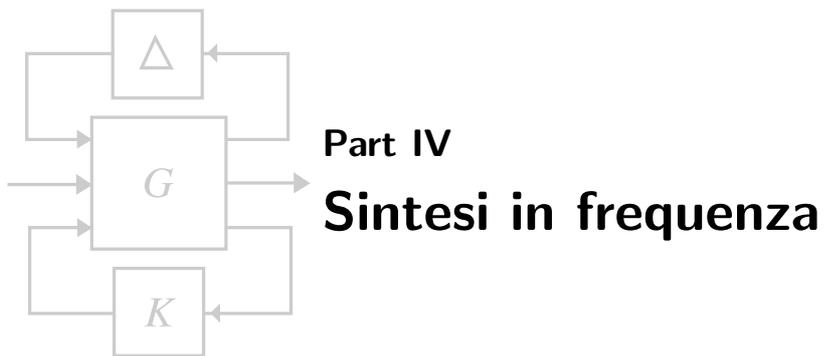


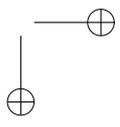
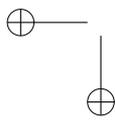
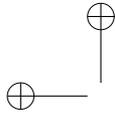


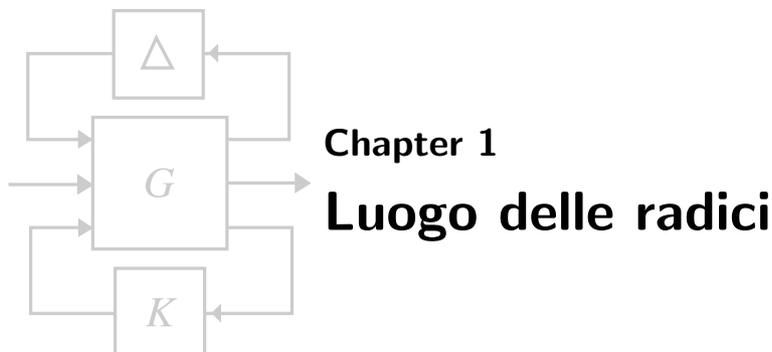












Chapter 1

Luogo delle radici

Experience is what you get when you don't get what you want.

—Dan Stanford

1.1 Introduzione

Nel capitolo precedente si è visto come molte importanti proprietà dei sistemi dipendono dalla posizione delle radici del polinomio a denominatore nel piano complesso.

Il luogo delle radici studia come varia la posizione dei poli del sistema in anello chiuso al variare di un singolo parametro. Dato lo schema a blocchi in Figura 1.1 con sistema e controllore dati da

$$P(s) = K_P \frac{n(s)}{d(s)} \tag{1.1}$$

$$C(s) = K_C \tag{1.2}$$

con $n(s)$ e $d(s)$ polinomi coprimi, monici e a coefficienti reali:

$$n(s) = \prod_{i=1}^m (s - z_i) \tag{1.3}$$

$$d(s) = \prod_{i=1}^n (s - p_i). \tag{1.4}$$

I poli p_i e gli zeri z_i sono reali o, se complessi, compaiono con le rispettive radici complesse coniugate. Inoltre si assume il sistema almeno proprio, i.e. $n \geq m$.

La funzione in anello aperto è data da

$$L(s) = P(s)C(s) = K_E \frac{n(s)}{d(s)} = K_E \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = K_E \bar{L}(s). \tag{1.5}$$

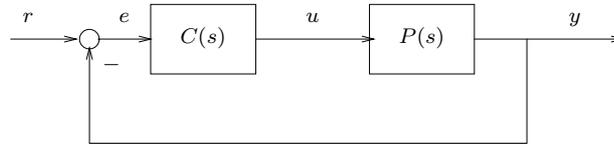


Figure 1.1. Schema a blocchi di un sistema in retroazione.

guadagno di Evans con $K_E = K_P K_C$ detto guadagno di Evans, mentre la funzione in anello chiuso vale:

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{K_E n(s)}{d(s) + K_E n(s)}. \quad (1.6)$$

Il luogo delle radici studia come varia la posizione dei poli di $T(s)$ al variare di K_E , cioè studia le radici di

$$d(s) + K_E n(s) \quad (1.7)$$

o, equivalentemente, di

$$1 + K_E \bar{L}(s), \quad (1.8)$$

$$\bar{L}(s) = -\frac{1}{K_E}, \quad (1.9)$$

Si chiama luogo positivo, il luogo che si ottiene facendo variare K_E tra zero e $+\infty$, negativo se $K_E \leq 0$. Da notare che essendo per ipotesi $n(s)$ e $d(s)$ coprimi, non ci possono essere cancellazioni poli-zeri in $T(s)$. In altre parole $T(s)$ è una rappresentazione irriducibile.

L'impostanza del luogo delle radici è dovuta al fatto che sul piano complesso si possono evidenziare le zone legate ai parametri dinamici che descrivono la risposta del sistema: risposta al gradino, tempo di salita, overshoot, etc. Studiano quindi la posizione dei poli dominanti della funzione di trasferimento in anello chiuso è possibile stimare il comportamento dinamico del sistema. Il luogo delle radici rappresenta quindi un primo metodo di progetto del controllore. Aggiungendo inoltre della dinamica a $C(s) = K_E C'(s)$ e disegnando il luogo per $L' = K_E P(s)C'(s)$ è possibile studiare come cambia il luogo al variare dei poli e degli zeri in $C'(s)$.

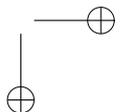
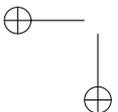
legame tra guadagno di Bode e di Evans

Prima di enunciare le regole per il tracciamento del luogo, è bene avere chiaro il legame tra il guadagno di Evans e il guadagno di Bode. Sia

$$L(s) = K_B \frac{\prod_{i=1}^m (1 + s\bar{\tau}_i)^{\bar{\mu}_i} \prod_{i=1}^m \left(1 + 2\frac{\xi_i}{\omega_i} s + \frac{1}{\omega_i^2} s^2\right)^{\bar{\nu}_i}}{s^k \prod_{i=1}^n (1 + s\tau_i)^{\mu_i} \prod_{i=1}^n \left(1 + 2\frac{\xi_i}{\omega_i} s + \frac{1}{\omega_i^2} s^2\right)^{\nu_i}} \quad (1.10)$$

la forma di Bode per la funzione di trasferimento d'anello $L(s)$ con $k \in \mathbb{Z}$, $|\xi| < 1$ e $\lim_{s \rightarrow 0} s^k G(s) = K_B$. Confrontando la (1.5) con (1.10) si ha che

$$K_B = K_E \frac{\prod_{i=1}^m (-z_i)}{\prod_{i=1}^{n-k} (-p_i)}. \quad (1.11)$$



dove i p_i a denominatore sono gli $n-k$ poli non nulli. Risulta quindi che $\text{sign}(K_E) = -\text{sign}(K_B)$ se poli e zeri nel semipiano destro sono in numero dispari.

Osservazione È importante sottolineare che la tecnica del luogo delle radici può essere applicata a qualsiasi parametro rispetto al quale l'equazione caratteristica si può scrivere in forma lineare.

1.2 Regole per il tracciamento del luogo

Esistono delle regole per disegnare qualitativamente il luogo delle radici del polinomio

$$\prod_{i=1}^n (s - p_i) + K \prod_{i=1}^m (s - z_i) = 0 \tag{1.12}$$

al variare di K (d'ora in poi il pedice E verrà omissso). Verranno presentate una alla volta con un esempio per meglio comprenderle. Diamo prima la definizione formale di luogo delle radici:

Definition 1.1. Il luogo positivo delle radici è dato dall'unione di tutti i punti $\bar{s} \in \mathbb{C}$ tali che l'equazione (1.12) è soddisfatta, ovvero:

$$\begin{aligned} \text{Condizione di modulo} \quad K &= \frac{|d(\bar{s})|}{|n(\bar{s})|} = \frac{\prod_{i=1}^n |\bar{s} - p_i|}{\prod_{i=1}^m |\bar{s} - z_i|}, \\ \text{Condizione di fase} \quad \arg\left(\frac{d(\bar{s})}{n(\bar{s})}\right) &= (2k + 1)\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ (\sum_{i=1}^n \arg(s - p_i) - \sum_{i=1}^m \arg(s - z_i)) &= (2k + 1)\pi \end{aligned}$$

Il luogo negativo delle radici è dato dall'unione di tutti i punti $\bar{s} \in \mathbb{C}$ tali che l'equazione (1.12) è soddisfatta, ovvero:

$$\begin{aligned} \text{Condizione di modulo} \quad K &= -\frac{|d(\bar{s})|}{|n(\bar{s})|} = -\frac{\prod_{i=1}^n |\bar{s} - p_i|}{\prod_{i=1}^m |\bar{s} - z_i|}, \\ \text{Condizione di fase} \quad \arg\left(\frac{d(\bar{s})}{n(\bar{s})}\right) &= 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ (\sum_{i=1}^n \arg(s - p_i) - \sum_{i=1}^m \arg(s - z_i)) &= 2k\pi \end{aligned}$$

Molte delle proprietà che verranno introdotte nel seguito si dimostrano usando le condizioni di modulo e fase e le proprietà delle radici dei polinomi a coefficienti reali.

Example 1.2 calcolo della fase e poi del modulo ■

Punti di partenza e di arrivo

I punti di partenza del luogo ($K = 0$) sono i poli mentre i punti di arrivo ($K \rightarrow +\infty$) sono gli zeri, compresi quelli nel punto improprio.

Si vede chiaramente dalla (1.12) sostituendo i due valori limite.

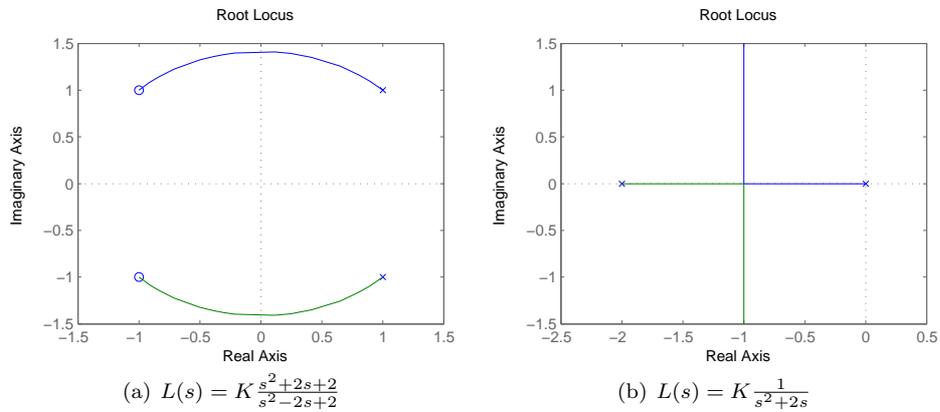


Figure 1.2. Esempi di rami.

Rami

Il luogo è costituito da tanti rami quanti sono i poli contati con la loro molteplicità .

Dalle prime due proprietà segue quindi che i rami sono n e partono dai poli e $n - m$ terminano negli zeri finiti e i rimanenti m tendono al punto improprio (i.e. all'infinito). I rami sono curve continue perché le radici dei polinomi dipendono in maniera continua dai loro coefficienti. Da questa osservazione discende anche il fatto che il luogo non può passare per lo stesso punto in \mathbb{C} più volte: non esistono cioè due valori distinti K_1 e K_2 per cui il luogo ha le stesse radici.

Example 1.3 In Figura 1.2 è possibile vedere due esempi di luogo delle radici dove in un caso i rami partono dai poli e terminano negli zeri al finito (Figura 1.2(a)) mentre nell'altro tendono al punto improprio (Figura 1.2(b)). ■

Simmetria

Il luogo (positivo o negativo) è simmetrico rispetto all'asse reale.

Questa proprietà discende dal fatto che le radici di un polinomio a coefficienti reali sono reali o complesse coniugate.

Asintoti

Nel luogo positivo gli $n - m$ rami che tendono all'infinito divergono lungo le direzioni (rispetto all'asse reale)

$$\phi_k = \frac{(2k + 1)\pi}{n - m}, \quad k = 0, 1, \dots, n - m - 1 \quad (1.13)$$

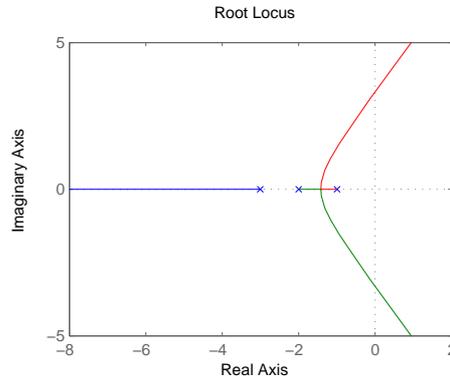


Figure 1.3. *Asintoti.*

Nel luogo negativo gli angoli delle direzioni degli asintoti sono:

$$\phi_k = \frac{2k\pi}{n - m}, \quad k = 0, 1, \dots, n - m - 1 \quad (1.14)$$

Gli asintoti formano una stella con centro nel punto

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} \in \mathbb{R}. \quad (1.15)$$

Example 1.4 La funzione d'anello $L(s) = K \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$ ha il luogo delle radici di Figura 1.3. Avendo la funzione tre poli ($n = 3$) e nessuno zero ($m = 0$) ci sono tre rami che tendono al punto improprio. Per trovare le direzioni usiamo la (1.13) che fornisce:

$$\phi_1 = \frac{\pi}{3}, \quad \phi_2 = \pi, \quad \phi_3 = \frac{5\pi}{3},$$

mentre il centro della stella si calcola usando l'equazione (1.15)

$$\sigma = \frac{-1 - 2 - 3}{3} = -2.$$

■

Punti sull'asse reale

Le parti dell'asse reale che appartengono al luogo positivo ($K > 0$) sono tutte e sole quelle che lasciano alla loro destra un numero complessivo dispari di zeri e poli reali di L .

Le parti dell'asse reale che appartengono al luogo negativo ($K < 0$) sono tutte e sole quelle che lasciano alla loro destra un numero complessivo pari di zeri e poli reali di L .

Angoli di uscita

Nel luogo positivo, gli angoli di uscita da un polo p_h di molteplicità ν_h sono

angle(s) of departure

$$\alpha_k(p_h) = \frac{1}{\nu_h} \left[- \sum_{p_i \neq p_h} \arg(p_h - p_i) + \sum_{i=1}^m \arg(p_h - z_i) + (2k + 1)\pi \right]$$

(1.16)

$k = 1, \dots, \nu_h.$

Nel luogo negativo, gli angoli di uscita da un polo p_h di molteplicità ν_h sono

$$\alpha_k(p_h) = \frac{1}{\nu_h} \left[- \sum_{p_i \neq p_h} \arg(p_h - p_i) + \sum_{i=1}^m \arg(p_h - z_i) + 2k\pi \right]$$

(1.17)

$k = 1, \dots, \nu_h.$

Angoli di entrata

Nel luogo positivo, gli angoli di entrata in uno zero z_h di molteplicità $\bar{\nu}_h$ sono

angle(s) of arrival

$$\beta_k(z_h) = \frac{1}{\bar{\nu}_h} \left[\sum_{i=1}^n \arg(z_h - p_i) - \sum_{z_i \neq z_h} \arg(z_h - z_i) + (2k + 1)\pi \right]$$

(1.18)

$k = 1, \dots, \bar{\nu}_h.$

Nel luogo negativo, gli angoli di entrata in uno zero z_h di molteplicità $\bar{\nu}_h$ sono

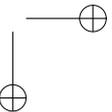
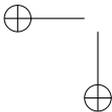
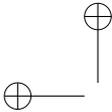
$$\beta_k(z_h) = \frac{1}{\bar{\nu}_h} \left[\sum_{i=1}^n \arg(z_h - p_i) - \sum_{z_i \neq z_h} \arg(z_h - z_i) + 2k\pi \right]$$

(1.19)

$k = 1, \dots, \bar{\nu}_h.$

Example 1.5 La Figura 1.4(a) riporta il luogo delle radici di $L(s) = K \frac{1}{(s+1)(s^2+4s+5)}$. Per calcolare gli angoli di uscita dei rami dai due poli complessi coniugati usiamo la (1.16). Siccome i poli complessi coniugati $p_{1,2} = -2 \pm j1$ sono radici semplici e non ci sono zeri, avremo

$$\begin{aligned} \alpha_1(-2 + j1) &= - \arg(-1 - (-2 + j1)) - \arg(-2 - j1 - (-2 + j1)) + \pi \\ &= - \arg(1 - j1) - \arg(-j2) - \pi \\ &= - \left[\arctan \left(\frac{1}{-1} \right) \right] - \left(-\frac{1}{2}\pi \right) + \pi \\ &= -\frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2}\pi + \pi = -\frac{1}{4}\pi \end{aligned}$$



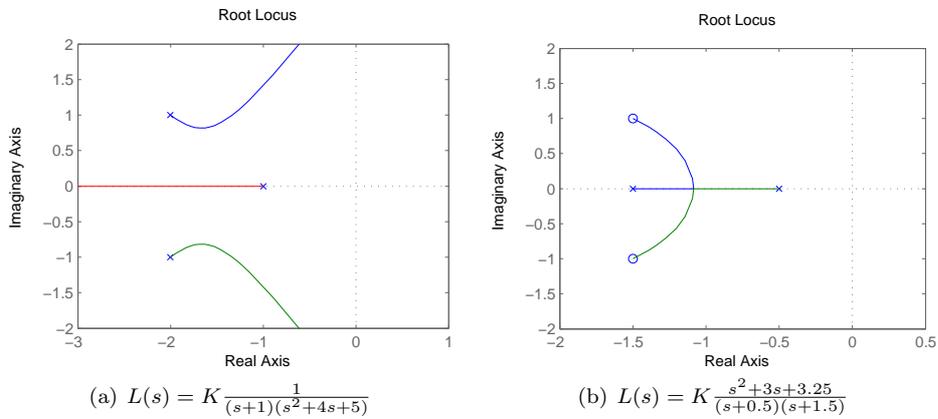


Figure 1.4. Angoli di uscita e di entrata in radici complesse coniugate semplici.

$$\begin{aligned}
 \alpha_1(-2 - j1) &= -\arg(-1 - (-2 - j1)) - \arg(-2 + j1 - (-2 - j1)) + \pi \\
 &= -\arg(1 + j1) - \arg(j2) - \pi \\
 &= -\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\pi + \pi = \frac{1}{4}\pi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_1(-1) &= -\arg(-2 - j1 - (-1)) - \arg(-2 + j1 - (-1)) + \pi \\
 &= -\arg(-1 - j1) - \arg(-1 + j1) - \pi \\
 &= +\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{4}\pi + \pi = -\pi
 \end{aligned}$$

I SEGNI NON TORNANO!!! ■

Example 1.6 La Figura 1.4(b) riporta il luogo delle radici di $L(s) = K \frac{s^2+3s+3.25}{(s+0.5)(s+1.5)}$. Per calcolare gli angoli di entrata dei rami dai due zeri complessi coniugati $p_{1,2} = -1.5 \pm j1$ usiamo la (1.18). Avremo una direzione per ogni zero:

$$\begin{aligned}
 \beta_1(-1.5 + j1) &= \arg(-1.5 + j1 - (-0.5)) + \arg(-1.5 + j1 - (-1.5)) - \dots \\
 &\quad - \arg(-1.5 + j1 - (-1.5 - j1)) + \pi \\
 &= \arg(-1 + j1) + \arg(j1) - \arg(j2) + \pi \\
 &= \left[\arctan\left(\frac{1}{-1}\right) \right] + \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\pi + \pi \\
 &= \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\pi + \pi = \frac{7}{4}\pi = -\frac{1}{4}\pi \\
 \beta_1(-1.5 - j1) &= \frac{1}{4}\pi
 \end{aligned}$$

Come nell'esempio precedente gli angoli hanno lo stesso modulo e segno opposto perché il luogo deve essere simmetrico rispetto all'asse reale. ■

Punti multipli

Una radice multipla di (1.12) corrisponde ad un punto sul luogo comune a più rami (i rami entranti e quelli uscenti sono alternati). Un punto multiplo \hat{s} di molteplicità κ soddisfa le equazioni

$$1 + K\bar{L}(\hat{s}) = 0 \tag{1.20}$$

$$\frac{d}{ds} \frac{1}{\bar{L}(\hat{s})} = 0 \text{ [o } \frac{d}{ds} \bar{L}(\hat{s}) \text{]} \tag{1.21}$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^{\kappa-1}}{ds^{\kappa-1}} \frac{1}{\bar{L}(\hat{s})} = 0 \tag{1.22}$$

Nel luogo positivo, gli angoli tra i rami in un punto multiplo su \mathbb{R} di molteplicità κ sono dati da

$$\frac{(2k+1)\pi}{\kappa} \text{. [CHECK]}$$

mentre sono

$$\frac{2k\pi}{\kappa} \text{. [CHECK]}$$

nel luogo negativo

Si possono fare due osservazioni sui punti multipli:

breakaway points
breakin points

- Tra due zeri (o due poli) su $\mathbb{R} \cup \infty$ che comprendono un segmento del luogo vi è sempre almeno un punto multiplo.
- Nel caso di radici doppie entrambe le equazioni (1.20)-(1.21) sono soddisfatte. In questo caso la (1.21) può essere riscritta come:

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{(s - z_i)} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{(s - p_i)} = 0, \tag{1.23}$$

o come

$$n(s) \frac{dd(s)}{ds} = d(s) \frac{dn(s)}{ds}. \tag{1.24}$$

Infatti sviluppando $\frac{d}{ds} \frac{1}{\bar{L}(s)}$ si ha:

$$\frac{d}{ds} \frac{1}{\bar{L}(s)} = \frac{d}{ds} \left(\frac{d(s)}{n(s)} \right) = \frac{d(s) \frac{dn(s)}{ds} - n(s) \frac{dd(s)}{ds}}{(n(s))^2}. \tag{1.25}$$

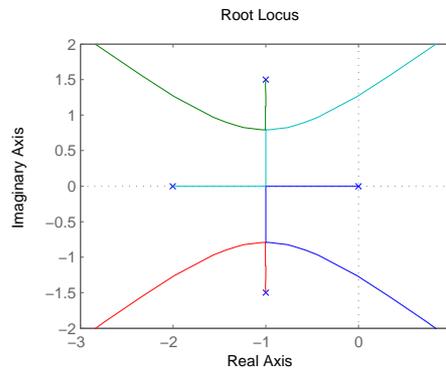


Figure 1.5. Punti multipli.

Example 1.7 In Figura 1.5 è riportato il luogo delle radici di $L(s) = K \frac{1}{s(s^2 + 2s + 3.25)(s+2)}$. Vogliamo determinare la posizione dei tre punti multipli. Come si deve in punti multipli hanno tutti molteplicità 2: quindi la soluzione del sistema di equazioni (1.20)-(1.21) ci darà le risposte cercate. Utilizzando la formulazione in (1.24) si ha:

$$1 \frac{d}{ds} (s(s^2 + 2s + 3.25)(s + 2)) = s(s^2 + 2s + 3.25)(s + 2) \frac{d1}{ds}$$

e quindi

$$4s^3 + 12s^2 + 14.5s + 6.5 = 0;$$

Le radici sono $\hat{s}_1 = -1$, $\hat{s}_{1,2} = -1 \pm j0.7906$. Appartenendo anche al luogo delle radici (cioè soddisfano anche la (1.20)) abbiamo trovato i punti cercati. ■

Intersezione con l'asse immaginario

Il luogo attraversa l'asse immaginario nei punti in cui il criterio di Routh mostra una transizione tra radici in LHP a radici in RHP. Se $n - m > 2$ almeno un ramo del luogo attraversa l'asse immaginario.

Example 1.8 Sia data la funzione $L(s) = K \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$ con luogo delle radici in Figura 1.6. Per determinare i punti esatti di attraversamento sull'asse immaginario e il corrispondente valore di K calcoliamo il polinomio a denominatore

$$\begin{aligned} d(s) + Kn(s) &= (s + 1)(s + 2)(s + 3)(s + 4) + K \\ &= s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24 + K \end{aligned}$$

e costruiamo la tabella di Routh in funzione di K

4	1	35	24+K
3	10	50	
2	30	24+K	
1	$42 - \frac{K}{3}$		
0	24+K		

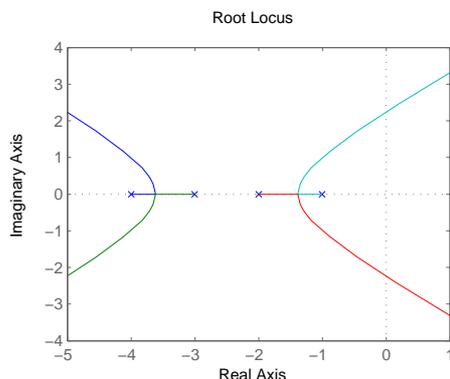


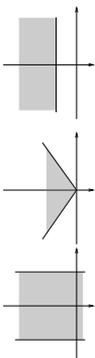
Figure 1.6. *Intersezione con l'asse immaginario.*

Siccome stiamo studiando il luogo positivo, l'unico valore di K che annulla il primo coefficiente di una riga è $K_{j\mathbb{R}} = 126$. La riga che si annulla non può che essere la numero 1. Sostituendo il valore di K trovato nei coefficienti della riga 2, troviamo le radici complesse coniugate sull'asse immaginario risolvendo

$$30s^2 + (24 + K_{j\mathbb{R}}) = 0$$

che fornisce $s_{1,2} = \pm j2.2361$. ■

1.3 Utilizzo del luogo delle radici per la sintesi del controllore

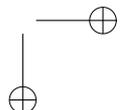
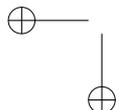


In questa sezione faremo veder alcuni esempi di applicazione del luogo delle radici come metodologia di progetto del controllore. Abbiamo già mostrato nel capitolo precedente che la posizione dei poli dominanti sul piano complessa è strettamente legata alla risposta dinamica del sistema. In particolare nel caso di sistemi del secondo ordine abbiamo ricavato le espressioni analitiche del tempo di salita, dell'ampiezza dell'overshoot, del tempo di assestamento in funzione della posizione dei poli complessi coniugati.

1.3.1 Progetto del controllore per un motore DC

Il modello matematico di un motore in corrente continua si ottiene mettendo a sistema l'equazione differenziale che descrive il circuito elettrico e l'equazione differenziale che descrive la meccanica. Se il rotore ha una inerzia J e un coefficiente di attrito viscoso pari a b l'equazione che descrive la posizione angolare θ è data da

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K_m I \tag{1.26}$$



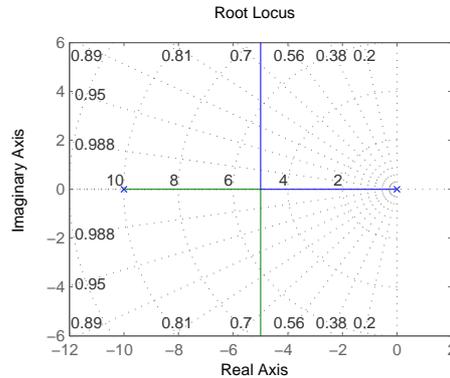


Figure 1.7. *Luogo delle radici per il motore DC.*

dove la coppia generata dal motore si calcola moltiplicando la corrente d'armatura I con la costante meccanica K_m . La corrente I si ottiene dall'equazione elettrica

$$L\dot{I} + RI = V - K_e\dot{\theta} \quad (1.27)$$

dove R e L sono la resistenza e l'induttanza del circuito elettrico, V è la tensione applicata al motore e K_e è la costante elettrica. Il prodotto $K_e\dot{\theta}$ genera la forza contro elettromotrice.

Calcolando la trasformata di Laplace ed eliminando i termini comuni in (1.26)-(1.27) si arriva alla funzione di trasferimento tra tensione e posizione

$$P(s) = \frac{\hat{\theta}(s)}{\hat{V}(s)} = \frac{K_t}{s[(Js + b)(Ls + R) + K_m K_e]} \quad (1.28)$$

Solitamente il circuito elettrico ha una costante di molto più piccola del sistema meccanico, per cui spesso in letteratura si trova il modello semplificato:

$$P(s) = \frac{A}{s(1 + s\tau)} \quad (1.29)$$

Assumiamo i seguenti parametri:

$$A = 1; \quad \tau = 0.1. \quad (1.30)$$

Vogliamo determinare in valore del parametro K tale per cui il sistema in anello chiuso risponde ad un gradino in ingresso con un overshoot uguale pari al 5% del valore finale. I poli in catena chiusa sono le soluzioni di

$$0.1s^2 + s + K = 0 \quad (1.31)$$

a cui corrisponde il luogo delle radici in Figura 1.7. Per un generico sistema del secondo ordine

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.32)$$

la risposta ad un gradino ha un overshoot dato da $M\% = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ quando $\xi \in [0, 1)$, cioè quando le radici sono complesse coniugate. Con $M\% = 5$ si ha $\xi \simeq 0.7$. Il K cercato è quello a cui corrisponde l'intersezione del luogo con la semiretta che parte dall'origine indicata con 0.7 nella Figura 1.7.

I poli di (1.32) sono dati da (per $\xi \in [0, 1)$)

$$p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.33)$$

mentre quelli di (1.31) sono

$$p_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 - 10K} \quad (1.34)$$

Dall'analisi della parte reale si ottiene $\omega_n = \frac{5}{0.7} \simeq 7.14$, mentre dall'equazione

$$\sqrt{10K - 25} = 7.14\sqrt{1 - 0.7^2} \quad (1.35)$$

otteniamo il valore cercato per il guadagno: $K \simeq 6.14$.

1.3.2 Nested Control Loop

position/velocity loop (two parameters)

1.3.3 Progettazione di un controllore per sistemi collocati e non collocati

Ex franklin p. 256

1.3.4 Contorno delle radici

Marro p.187

1.3.5 Reti anticipatrici e ritardatrici

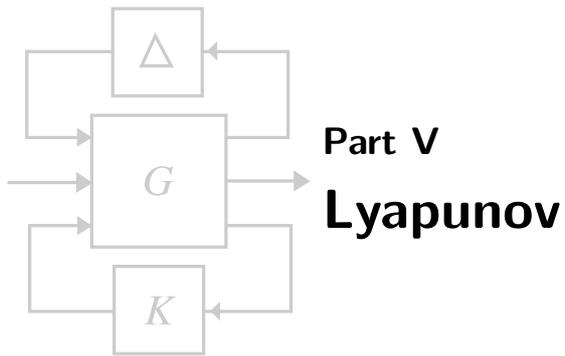
lead compensation
lag compensation

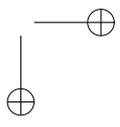
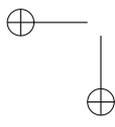
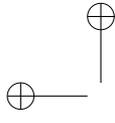
1.4 Il luogo delle radici per sistemi a tempo discreto

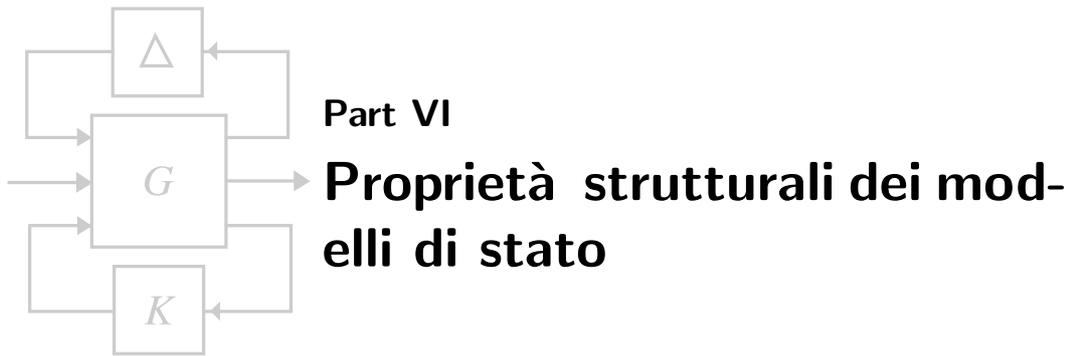
DA INSERIRE? mah

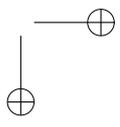
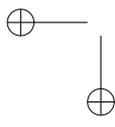
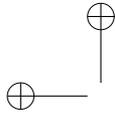
Exercises

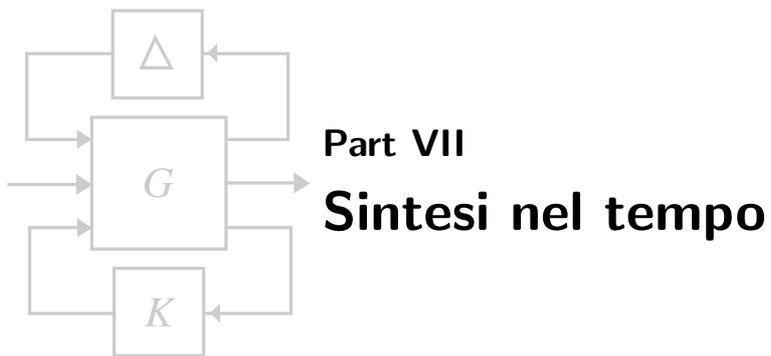
- 1.1. Disegnare il luogo delle radici di BLA BLA
- 1.2. Disegnare il luogo delle radici di BLA BLA

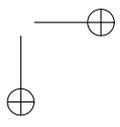
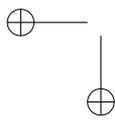
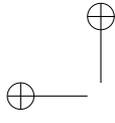


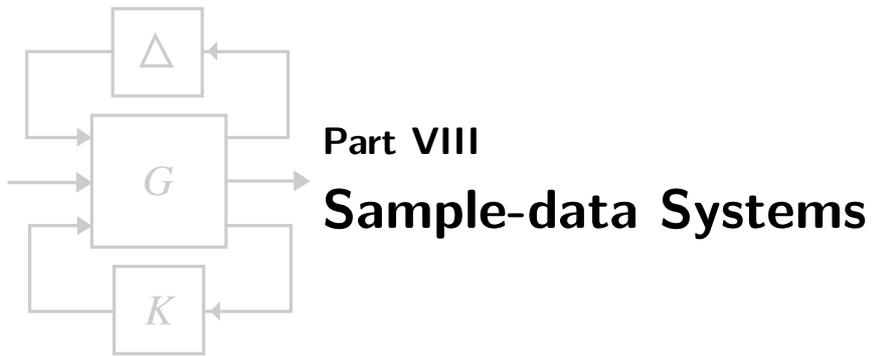


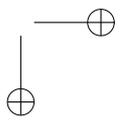
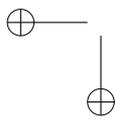
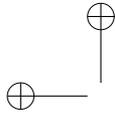


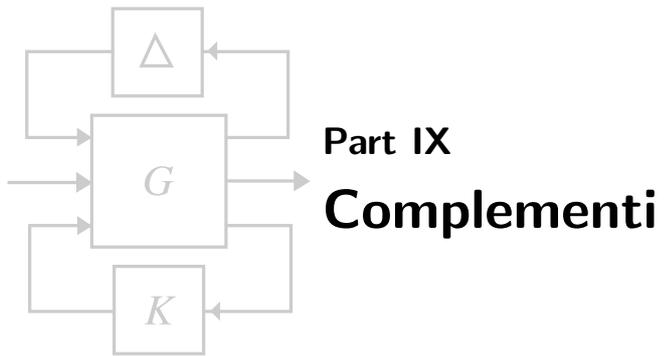


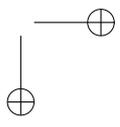
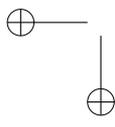
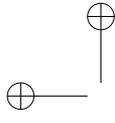












Bibliography

- [1] G. H. GOLUB AND C. F. VAN LOAN, *Matrix Computations*, Second ed., The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1989.

Index

Sample
file, 9