

CINEMATICA INVERSA (Esempi)

Paolo Fiorini

Dipartimento di Informatica
Università degli Studi di Verona



Introduzione

Cinematica Diretta

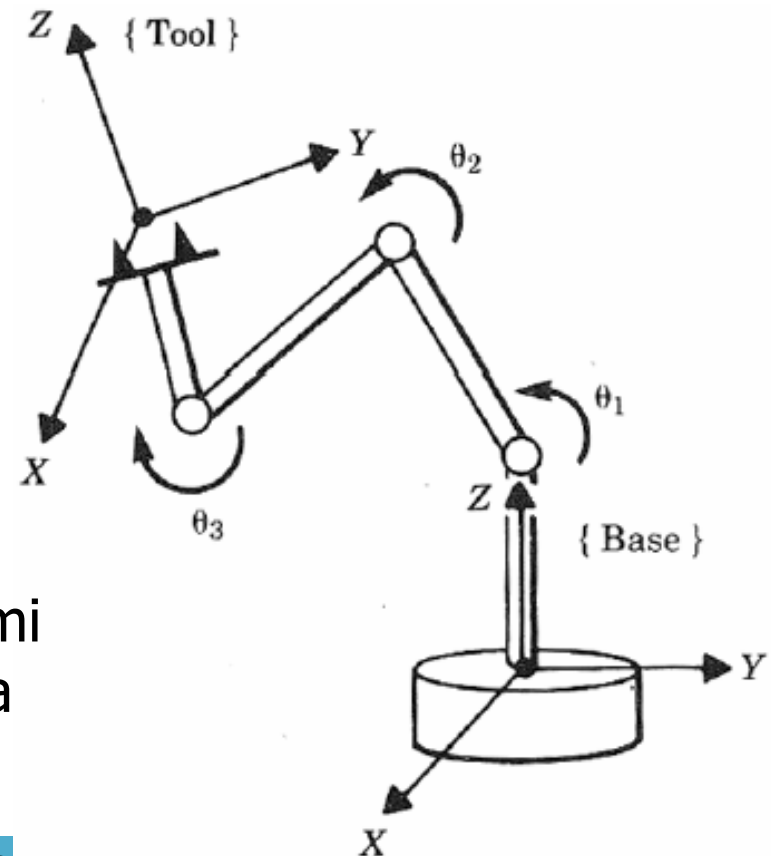
Dati: angoli ai giunti

Calcola: posizione e orientamento organo terminale

Cinematica Inversa

Dati: posizione e orientamento organo terminale

Calcola: tutti i possibili insiemi di angoli ai giunti per la posa data

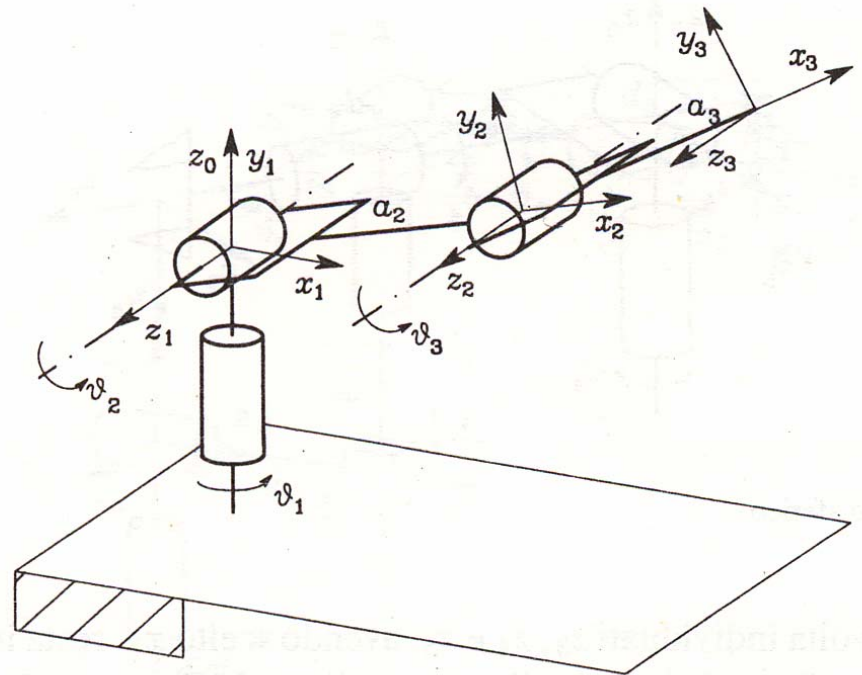


Manipolatore Antropomorfo

Struttura del Manipolatore

3 giunti rotoidali

- 2 giunti di spalla
- 1 giunto di gomito



Manipolatore Antropomorfo

Calcolo del primo angolo di giunto

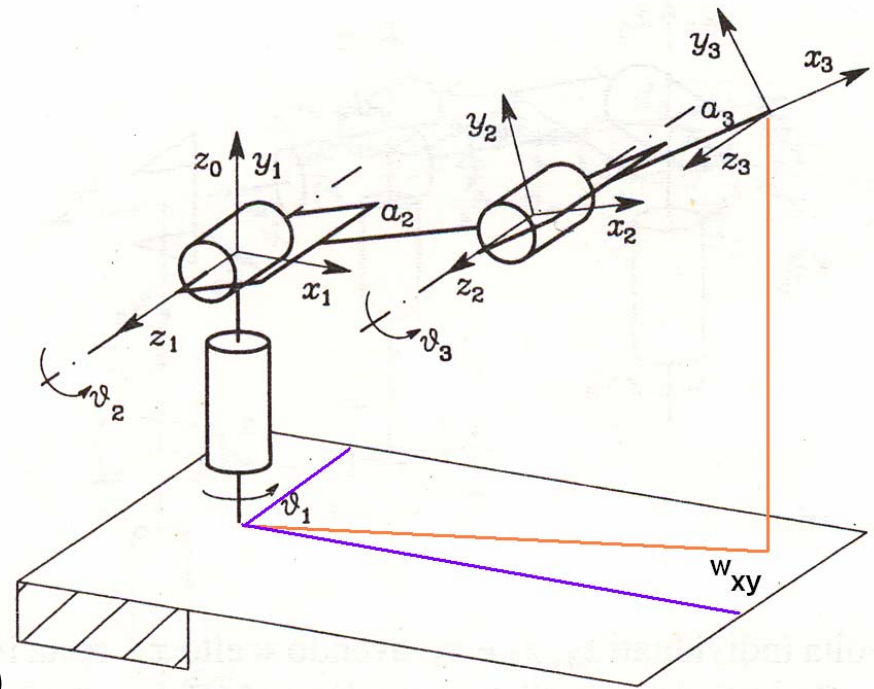
Consideriamo la
proiezione del
manipolatore sul piano

Il primo angolo risulta:

$$\theta_1 = A \tan 2(W_y, W_x)$$

oppure

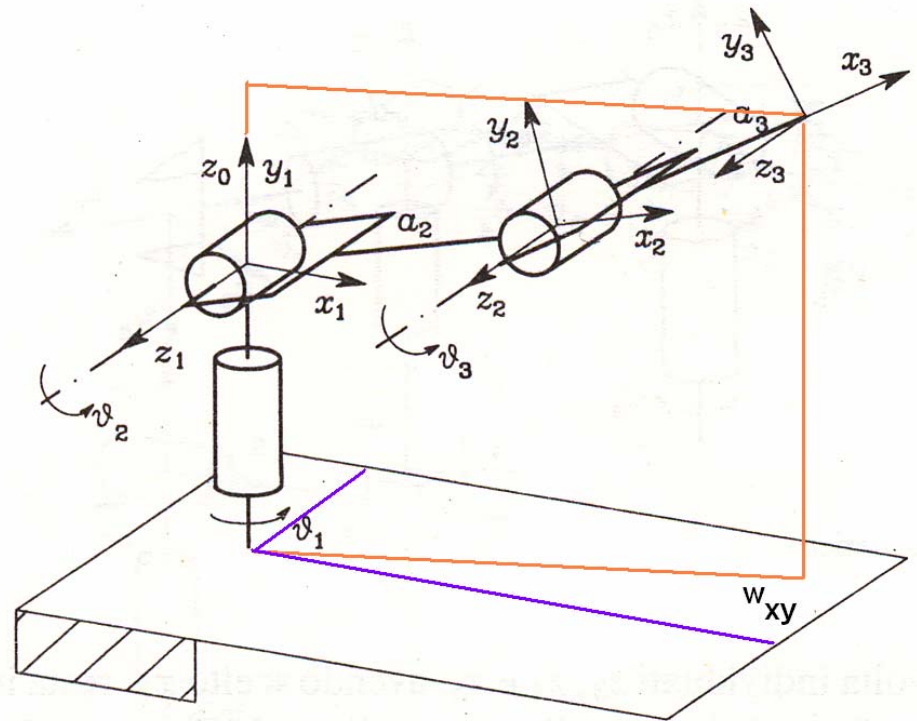
$$\theta_1 = \pi + A \tan 2(W_y, W_x)$$



Manipolatore Antropomorfo

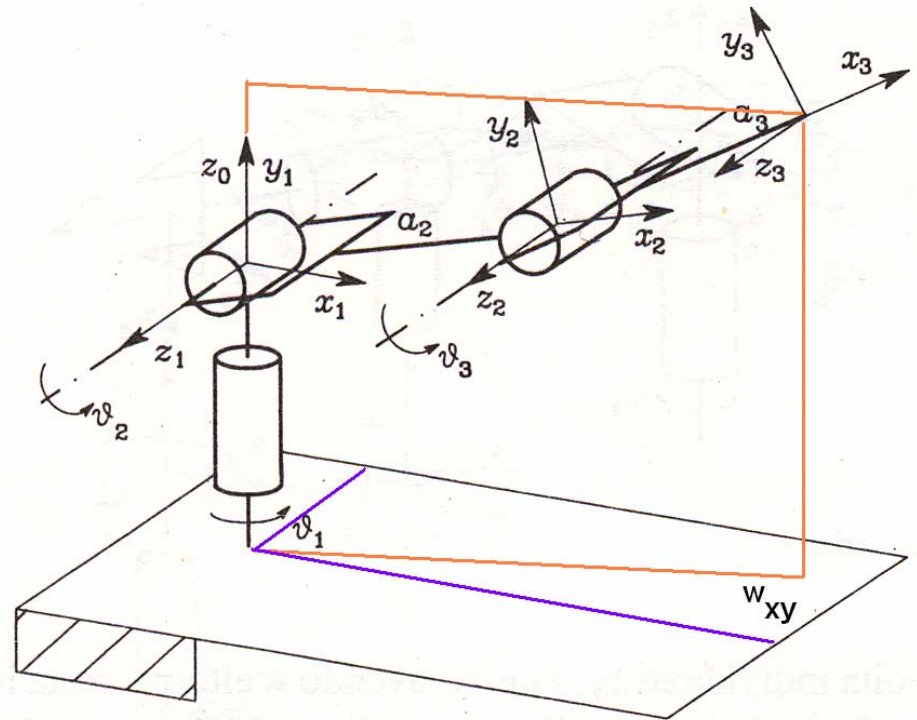
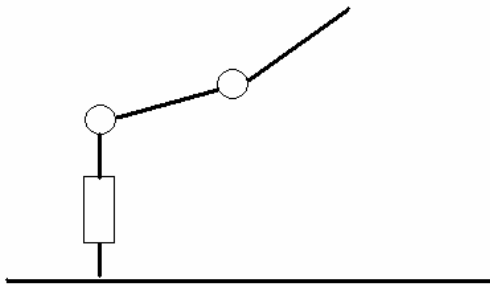
A questo punto il manipolatore si può considerare planare.

Consideriamo il piano evidenziato in rosso



Manipolatore Antropomorfo

Viene applicata la stessa procedura vista per il manipolatore planare a 3 bracci



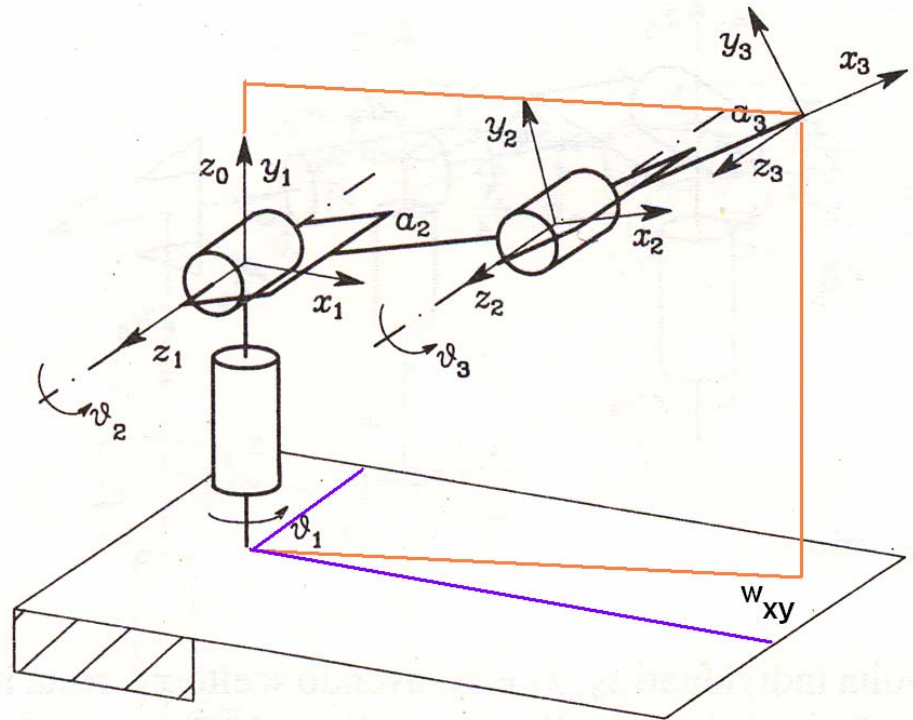
Manipolatore Antropomorfo

Soluzione per θ_3

$$c_3 = \frac{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3}$$

$$s_3 = \pm\sqrt{1-c_3^2}$$

$$\theta_3 = \text{Atan2}(s_3, c_3)$$



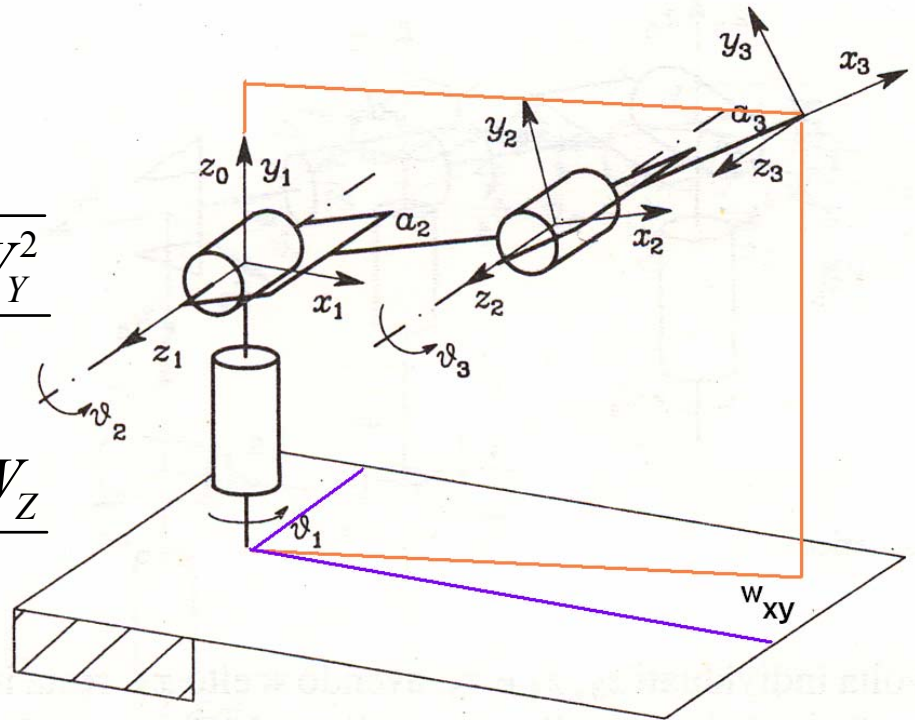
Manipolatore Antropomorfo

Soluzione per θ_2

$$s_2 = \frac{(a_2 + a_3 c_3)W_Z - a_3 s_3 \sqrt{W_X^2 + W_Y^2}}{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2}$$

$$c_2 = \frac{(a_2 + a_3 c_3) \sqrt{W_X^2 + W_Y^2} + a_3 s_3 W_Z}{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2}$$

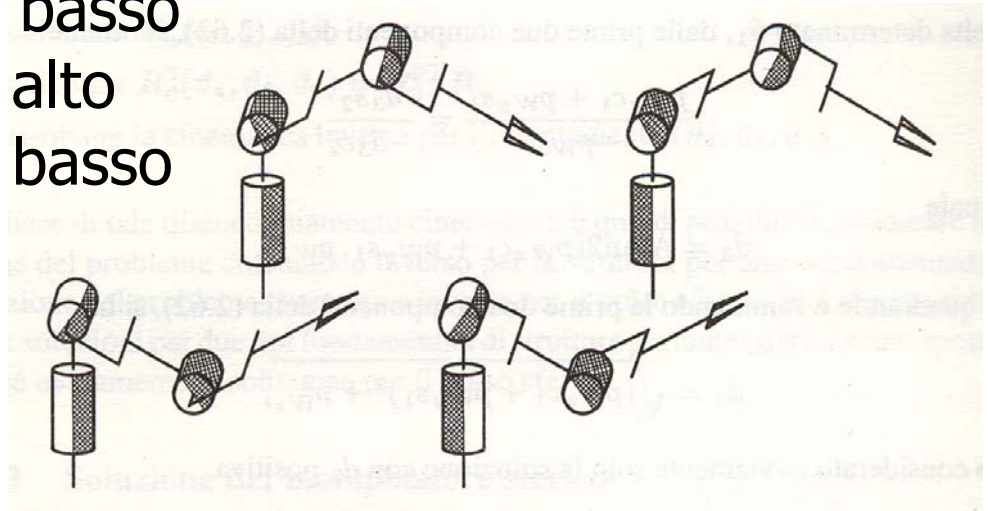
$$\theta_2 = \text{Atan2}(s_2, c_2)$$



Manipolatore Antropomorfo

Esistono quattro soluzioni diverse in funzione dei valori di $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$.

- Spalla DX, gomito alto
- Spalla DX, gomito basso
- Spalla SX, gomito alto
- Spalla SX, gomito basso



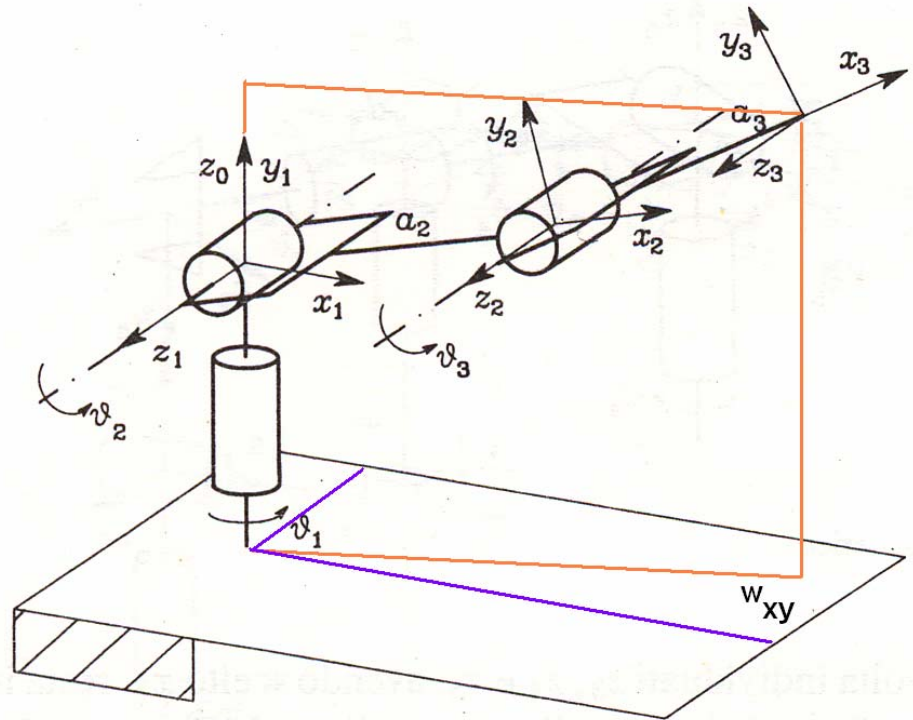
Manipolatore Antropomorfo

Nota:

Nel caso in cui valga

$$W_X = W_Y = 0$$

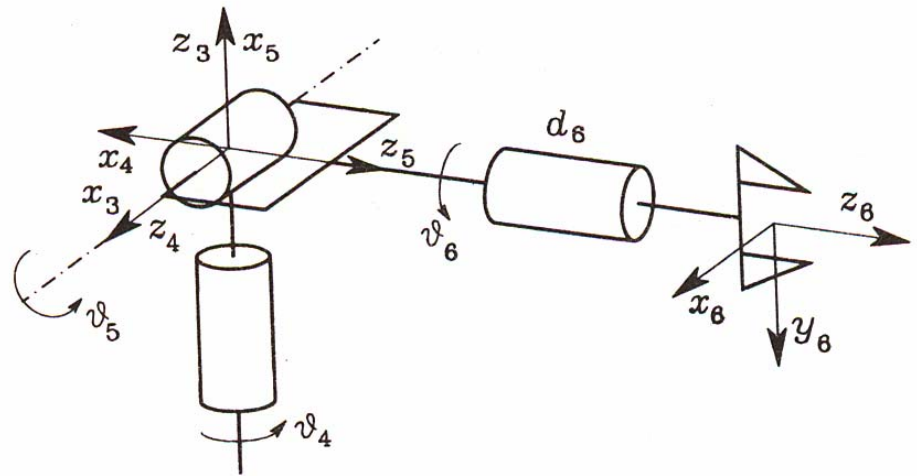
si può calcolare il valore degli angoli di giunto 2 e 3 a prescindere dal valore assunto dal giunto 1. Le soluzioni sono infinite.



Polso Sferico

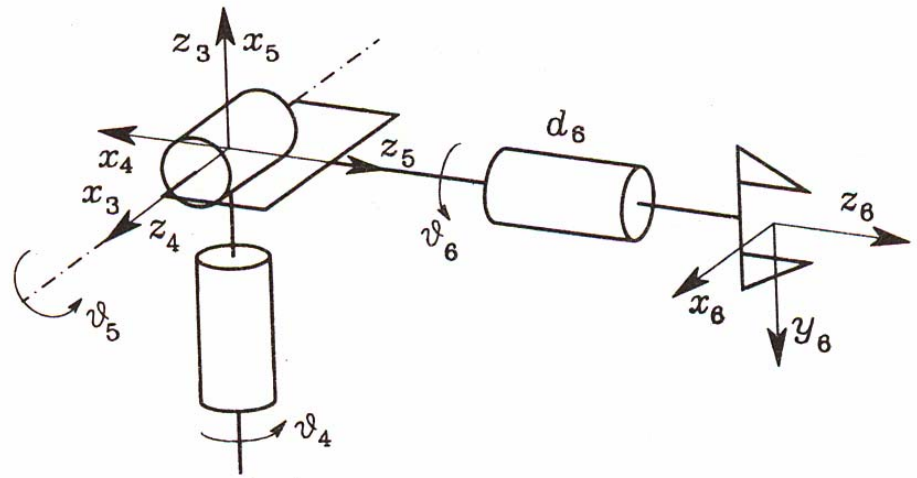
Struttura del Polso Sferico

3 giunti rotoidali
La sfericità del polso è data dal fatto che gli assi dei giunti si intersecano tutti nello stesso punto



Polso Sferico

Per come sono state scelte le terne di riferimento, le tre trasformazioni sono equivalenti alla rotazione espressa dagli angoli di Eulero ZYZ rispetto alla terna $X_3Y_3Z_3$



Polso Sferico

Gli angoli sono calcolati dalle equazioni standard di inversione della trasformazione ZYZ

$$\theta_4 = A \tan 2(a_y^3, a_x^3)$$

$$\theta_5 = A \tan 2\left(\sqrt{(a_x^3)^2 + (a_y^3)^2}, a_z^3\right)$$

$$\theta_6 = A \tan 2(s_z^3, -n_z^3)$$

per $\theta_5 \in (0, \pi)$

$$\theta_4 = A \tan 2(-a_y^3, -a_x^3)$$

$$\theta_5 = A \tan 2\left(-\sqrt{(a_x^3)^2 + (a_y^3)^2}, a_z^3\right)$$

$$\theta_6 = A \tan 2(-s_z^3, n_z^3)$$

per $\theta_5 \in (-\pi, 0)$

