

# SPAZIO DI LAVORO

Paolo Fiorini

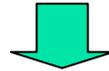
Dipartimento di Informatica  
Università degli Studi di Verona



# Introduzione

---

## Equazione Cinematica Diretta



Esprime la posizione della terna utensile rispetto alla terna base in funzione delle variabili di giunto

### Problema:

La descrizione di un compito per l'utensile richiede una descrizione in funzione del tempo (traiettoria)



Bisogna garantire che i vincoli di ortonormalità siano rispettati ad ogni istante



# Uso delle Rappresentazioni Minime (ZYZ e RPY)

## Soluzione:

Si ricorre alle rappresentazioni in forma minima che richiedono di specificare meno parametri

La postura del manipolatore è descritta da un vettore ( $m \times 1$ ) elementi (con  $m \leq 6$ )

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$



# Spazio Operativo

---

Il vettore  $x$  permette di descrivere una postura con una rappresentazione minima di parametri indipendenti

Lo spazio in cui è definito  $x$  prende il nome di ***spazio operativo***.

E' lo spazio in cui viene specificata l'operazione richiesta al manipolatore



# Spazio Operativo

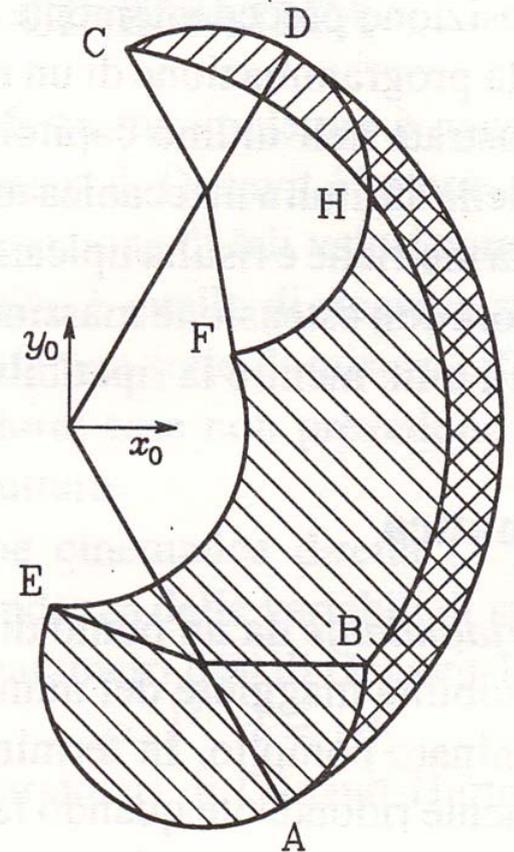
## Esempio:

### Manipolatore planare a 2 bracci

Le lettere indicano le pose raggiungibili nelle situazioni di fine corsa meccanico dei giunti

## Nota:

Quasi tutto lo spazio è raggiungibile con una sola posa



# Spazio dei Giunti

Lo spazio dei giunti (o delle configurazioni) si riferisce allo spazio in cui è definito il vettore ( $n \times 1$ ) delle variabili di giunto

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

Con il solito  $q_i = \theta_i$  se giunto rotoidale e  $q_i = d_i$  per giunto prismatico



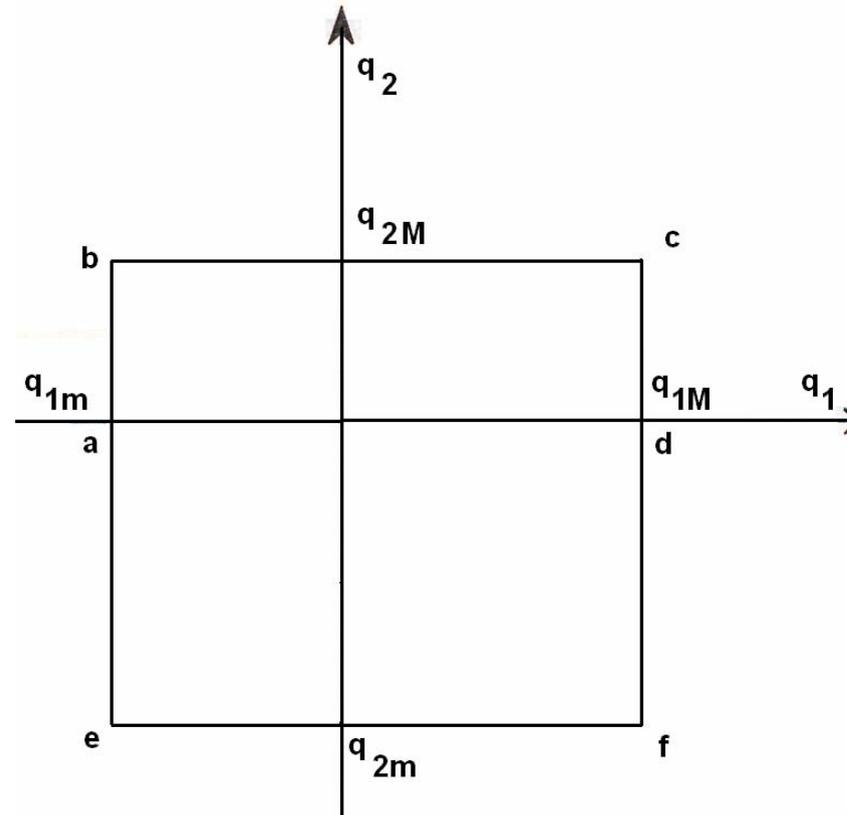
# Spazio dei Giunti

## Esempio:

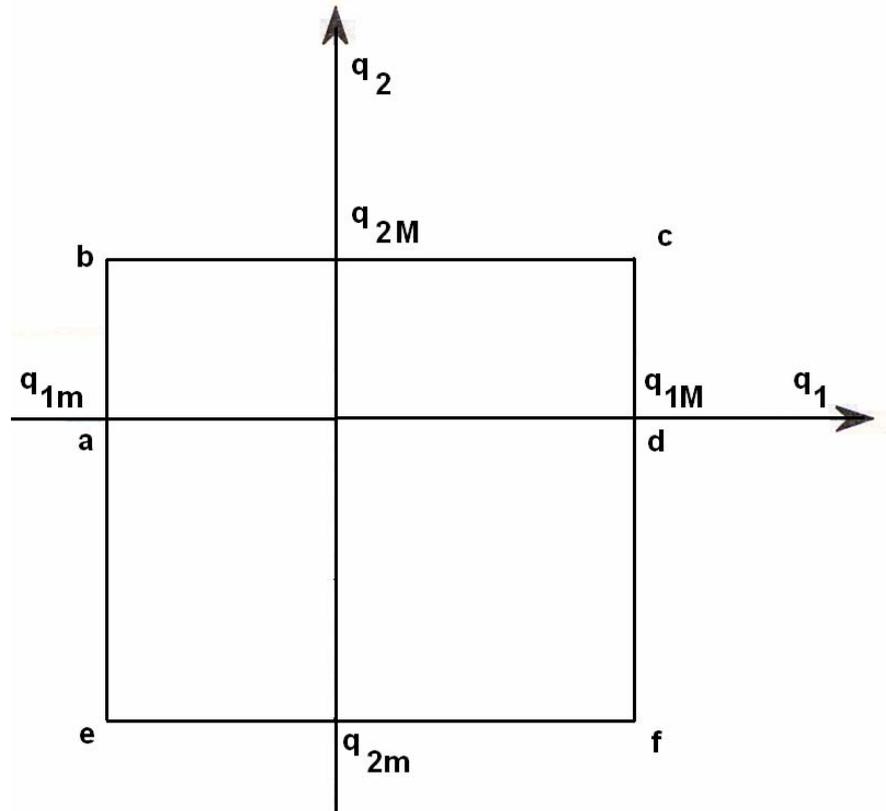
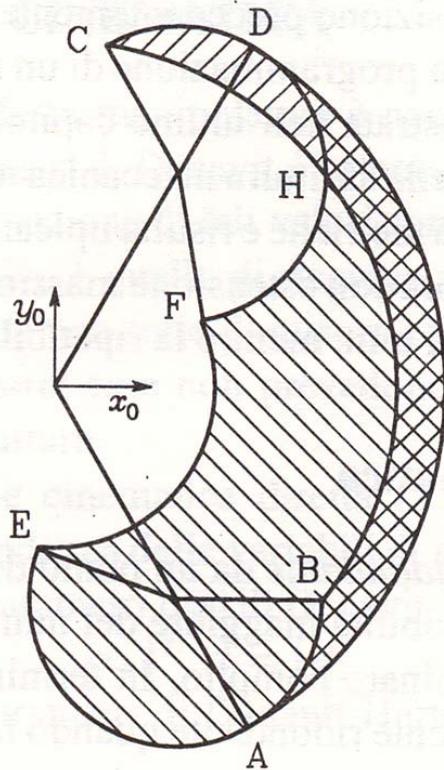
Manipolatore planare a 2 bracci

Regione delle configurazioni ammissibili del manipolatore

I punti indicati dalle lettere minuscole mappano le configurazioni viste nello spazio operativo sullo spazio dei giunti



# Corrispondenza tra i 2 Spazi



# Equazione Cinematica

---

Da quanto visto, l'equazione cinematica si può scrivere come:

$$x = k(q)$$

Dove  $k$  rappresenta:

- Funzione vettoriale ( $m \times 1$ )
- Non lineare in generale



# Spazio di Lavoro

---

Lo spazio di lavoro (spazio operativo) è determinato dalla geometria del manipolatore e dai fincorsa meccanici dei giunti

- Spazio raggiungibile

È lo spazio che la terna utensile può raggiungere con almeno una orientazione

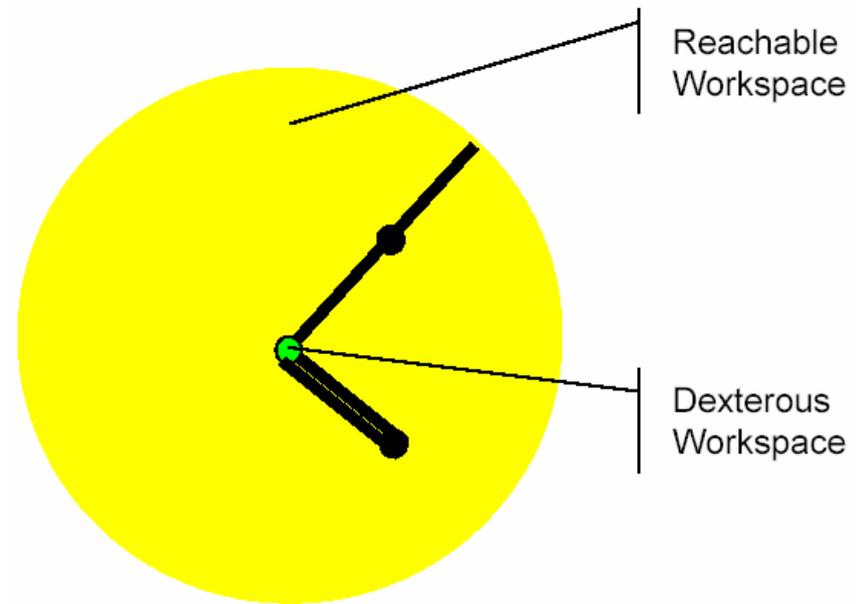
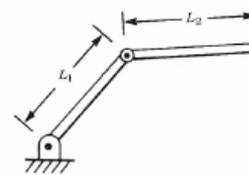
- Spazio destro (o di destrezza)

È lo spazio che la terna utensile può raggiungere con una orientazione qualsiasi



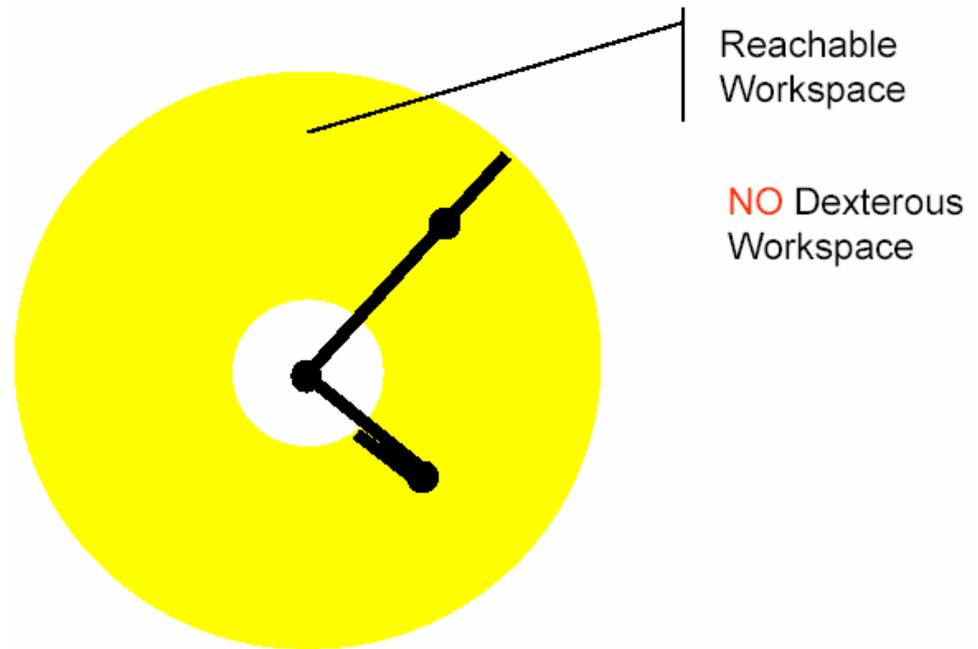
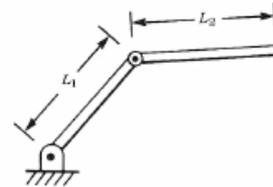
# Spazio di lavoro

Due bracci uguali  
Due giunti rotoidali



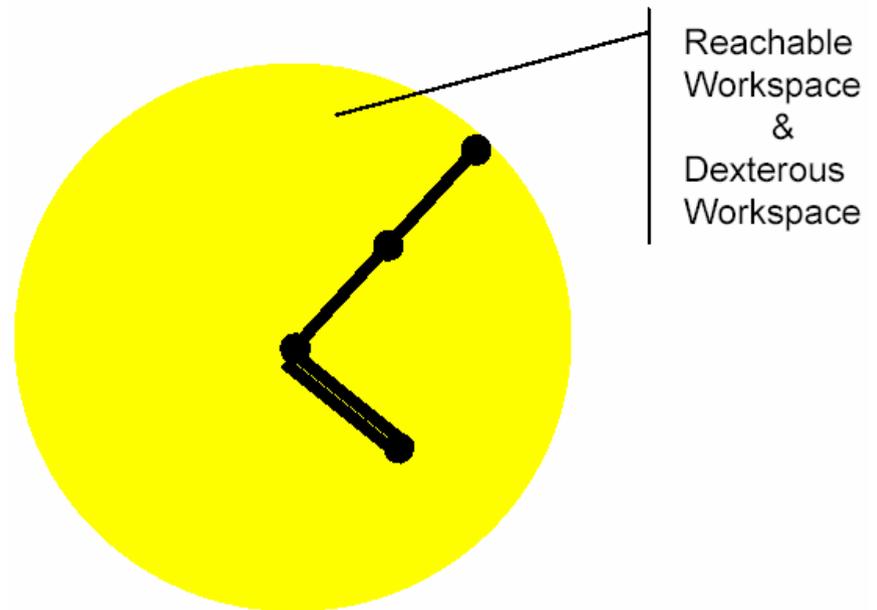
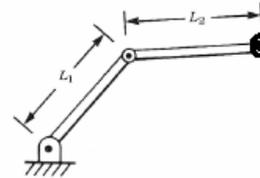
# Spazio di lavoro

Due bracci diversi  
Due giunti rotoidali



# Spazio di lavoro

Due bracci uguali  
Tre giunti rotoidali



# Ridondanza Cinematica

---

Manipolatore ridondante



Il numero dei gradi di mobilità è maggiore delle variabili necessarie all'esecuzione del compito

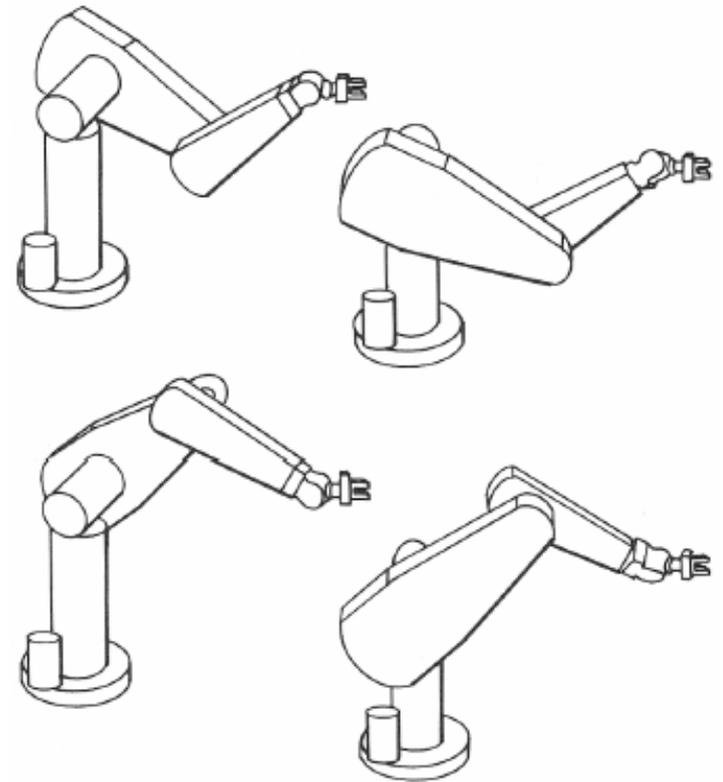
Il manipolatore è intrinsecamente ridondante se la dimensione dello spazio operativo è minore della dimensione dello spazio dei giunti



# Ridondanza Cinematica

Le soluzioni multiple sono un problema comune nella risoluzione della cinematica inversa (il sistema deve scegliere una soluzione)

Il numero delle soluzioni dipende dal numero dei giunti e dai parametri  $a_i$   $\alpha_i$   
 $d_i$   $\theta_i$



# Ridondanza Cinematica

Bisogna introdurre criteri di scelta

- Minimizzare i movimenti ai giunti
- Muovere i giunti con peso minore (meglio muovere il polso che la spalla)
- Nello spazio di lavoro possono esserci ostacoli, *meglio evitare le collisioni*

