

CINEMATICA DIRETTA (Esempi 2)

Paolo Fiorini

Dipartimento di Informatica
Università degli Studi di Verona



Esempio

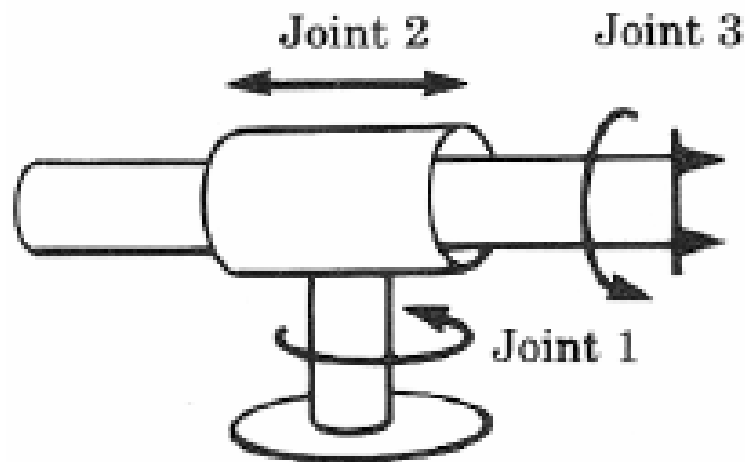
Problema:

Calcolo della cinematica diretta del manipolatore in figura

Giunto 1 rotoidale

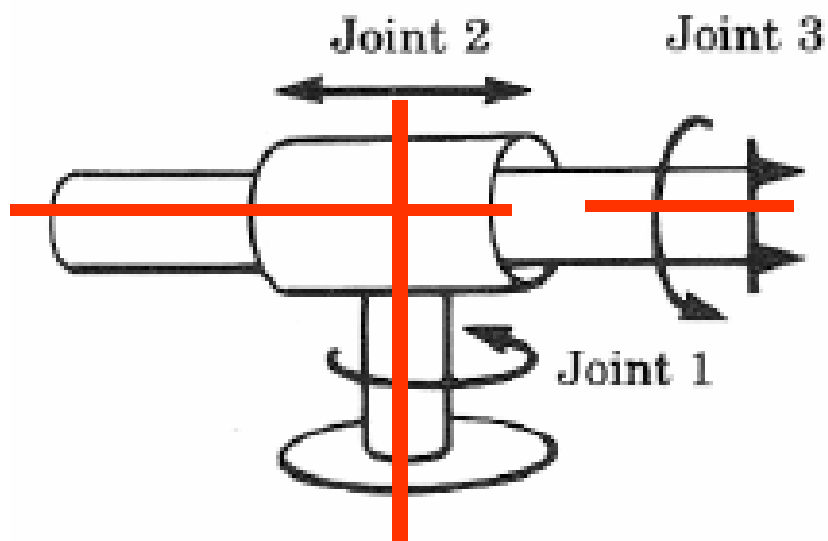
Giunto 2 prismatico

Giunto 3 rotoidale



Esempio

Identificazione degli
assi di giunto

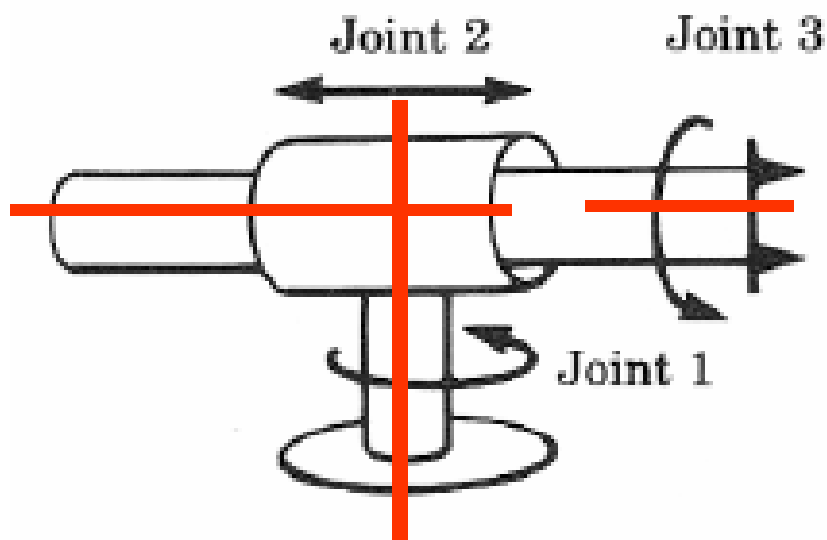


Esempio

Identificazione delle
normali comuni

Gli assi 1 e 2 sono
definiti da due
segmenti intersecanti

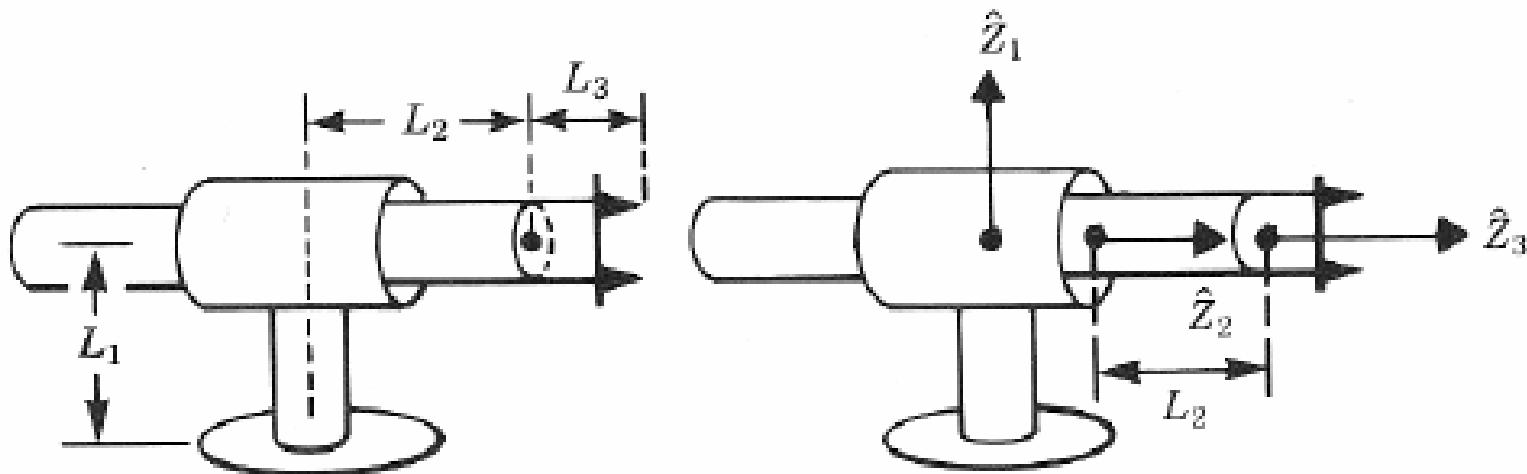
Gli assi 2 e 3 sono
invece allineati



Esempio

Definizione degli assi Z_i delle terne di riferimento e identificazione dei link L_i

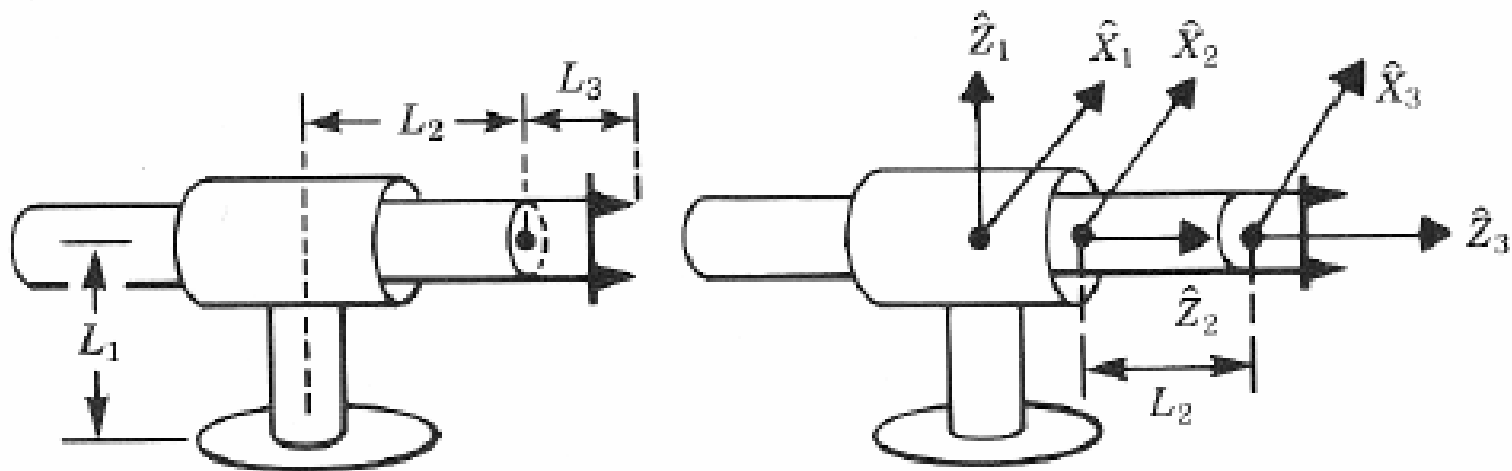
Per un angolo di rotazione nullo sull'asse Z_0 i due sistemi di riferimento 0 e 1 coincidono



Esempio

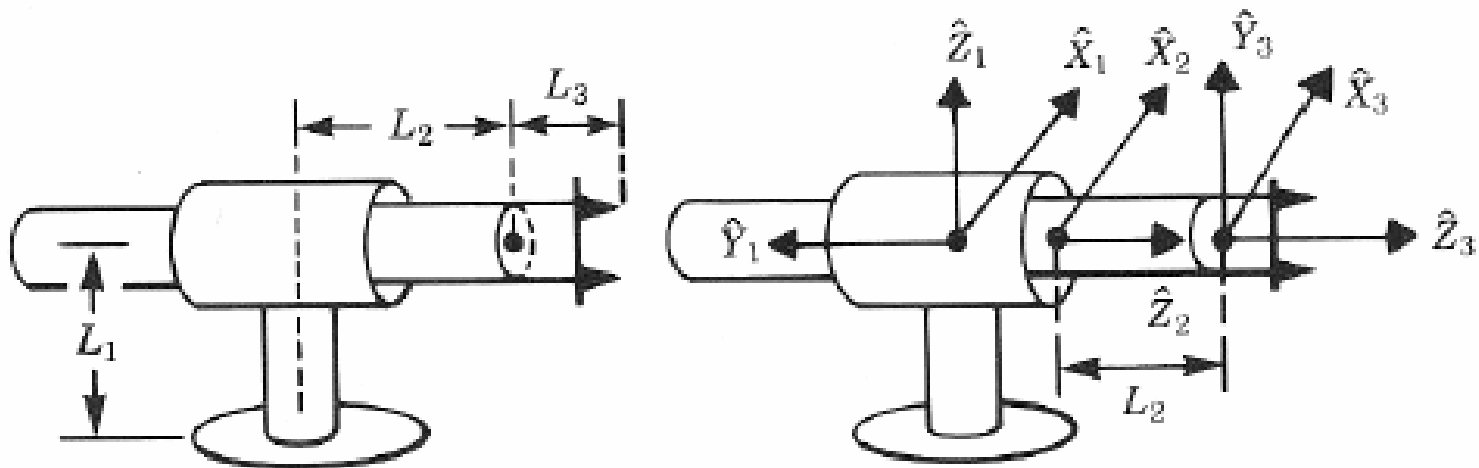
Definizione degli assi X_i delle terne di riferimento

Problema: non ci sono normali comuni



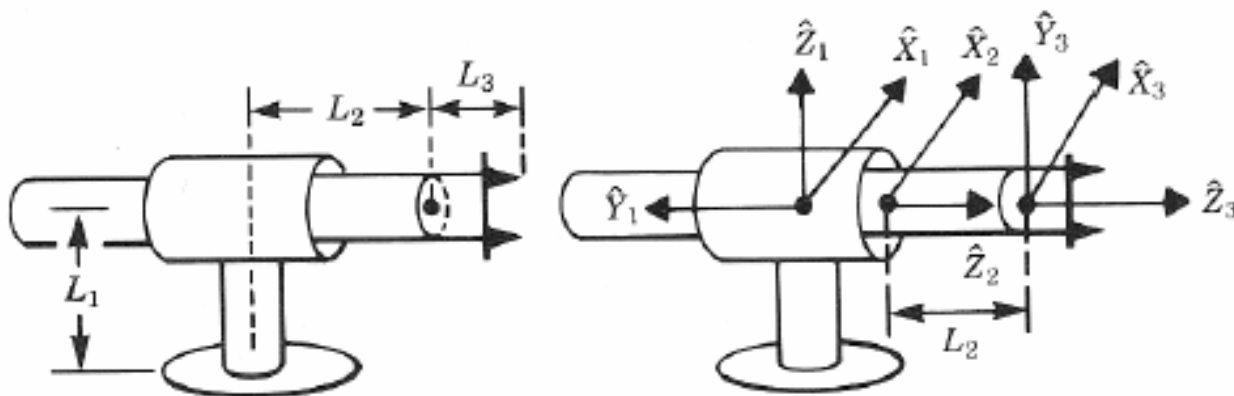
Esempio

Completiamo le terne di riferimento con la definizione degli assi Y_i



Esempio

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90°	0	d_2	0
3	0	0	L_2	θ_3



Esempio

$$R_i^{i-1}(q_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ c\alpha_{i-1}s\theta_i & c\alpha_{i-1}c\theta_i & -s\alpha_{i-1} & -d_is\alpha_{i-1} \\ s\alpha_{i-1}s\theta_i & s\alpha_{i-1}c\theta_i & c\alpha_{i-1} & d_ic\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<i>i</i>	<i>α_{i-1}</i>	<i>a_{i-1}</i>	<i>d_i</i>	<i>θ_i</i>
1	0	0	0	θ ₁
2	90°	0	d ₂	0
3	0	0	L ₂	θ ₃

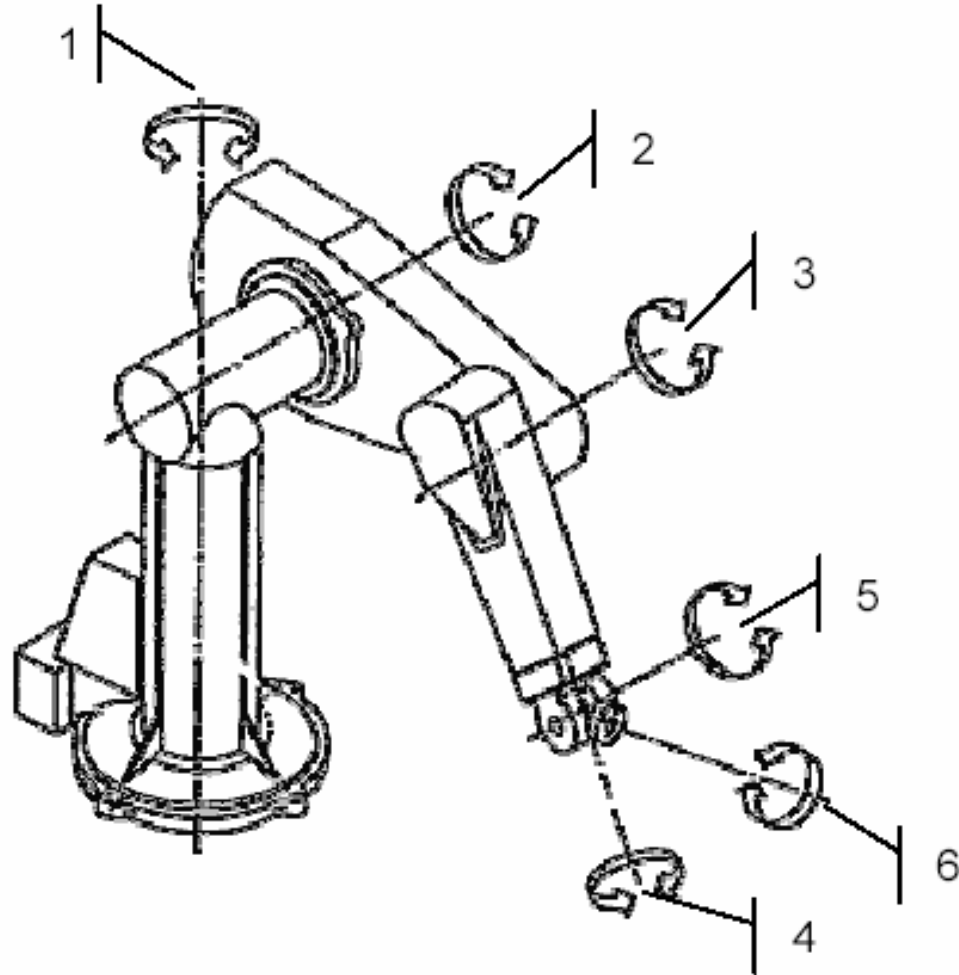
$$R_1^0(q_1) = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2^1(q_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c90 & -s90 & -d_2 \\ 0 & s90 & c90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^2(q_3) = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



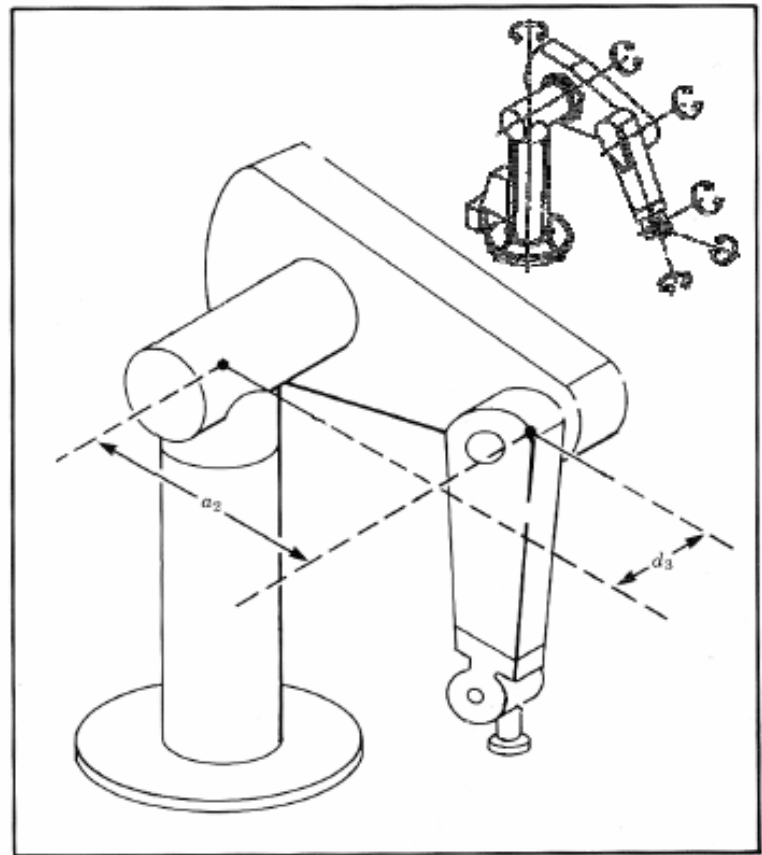
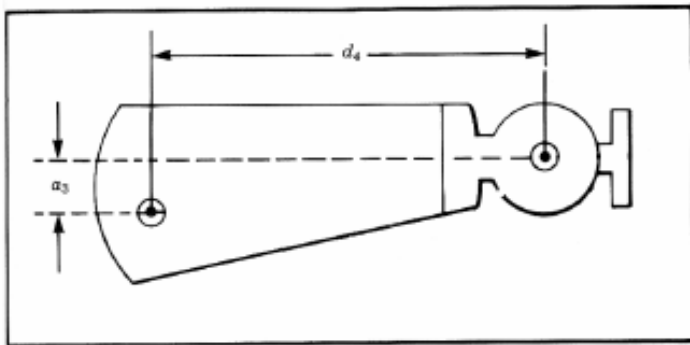
Un Esempio: il Puma 560



Puma 560

Manipolatore con 6 assi di rotazione

Configurazione di base in cui gli angoli di giunto sono tutti pari a zero.

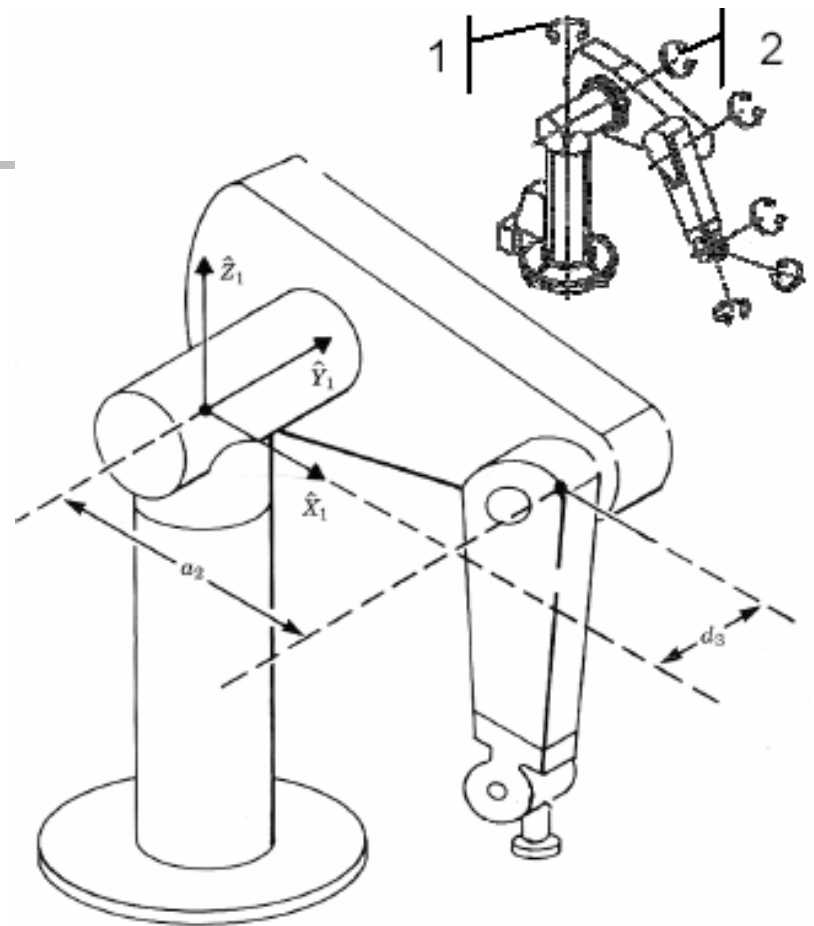


Puma 560

Frame 0 e 1

I frame 0 e 1
coincidono quando la
prima variabile di ginto
vale 0

Fissiamo il primo
sistema di riferimento
in accordo con la
regola D-H



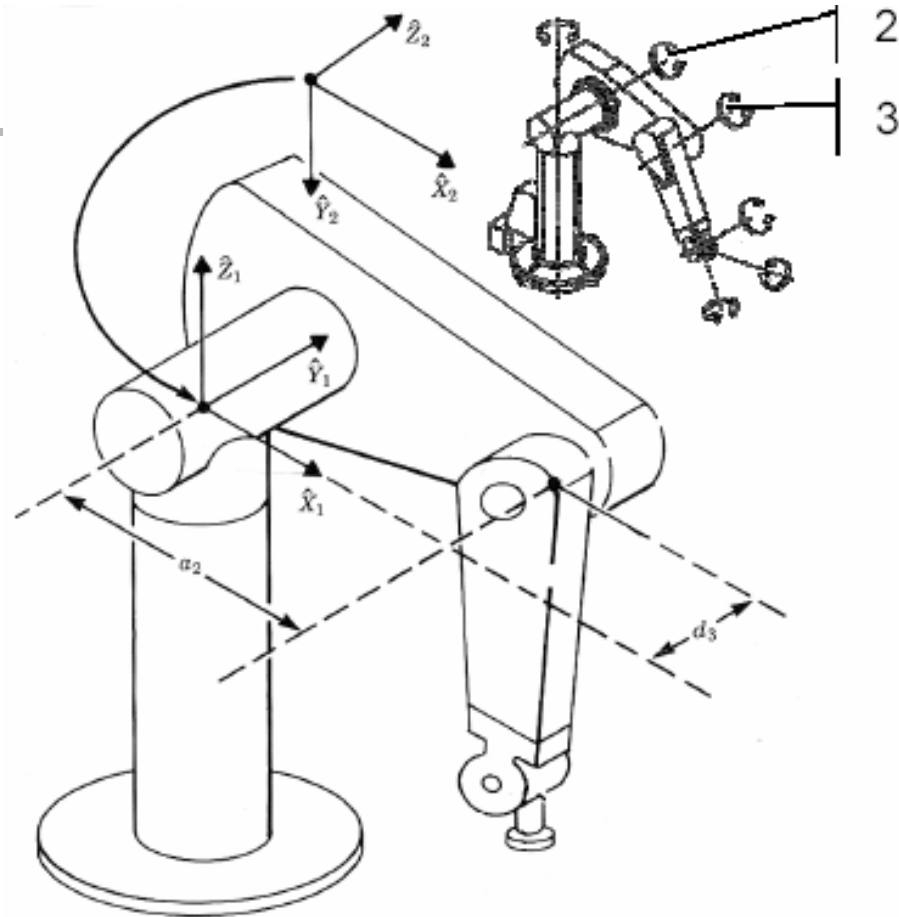
Puma 560

Frame 2

Fissiamo l'asse Z lungo
l'asse del giunto 2

L'asse X giace ancora
lungo la normale
comune

L'asse Y completa la
terna



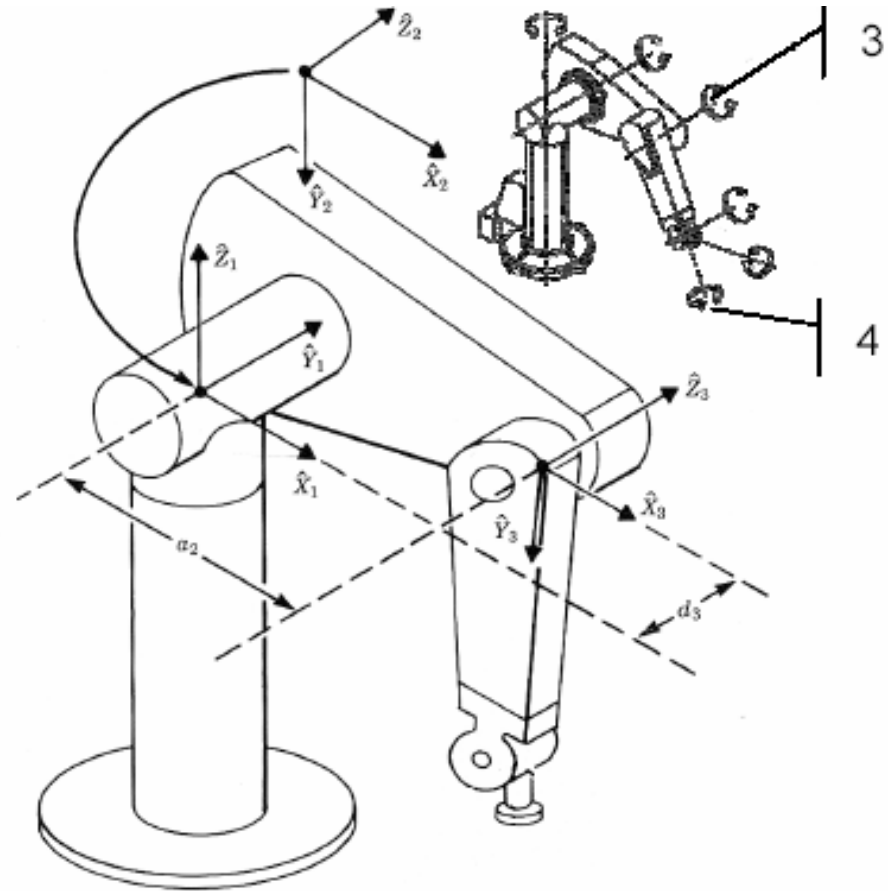
Puma 560

Frame 3

Fissiamo l'asse Z lungo
l'asse del giunto 3

L'asse X giace ancora
lungo la normale
comune

L'asse Y completa la
terna



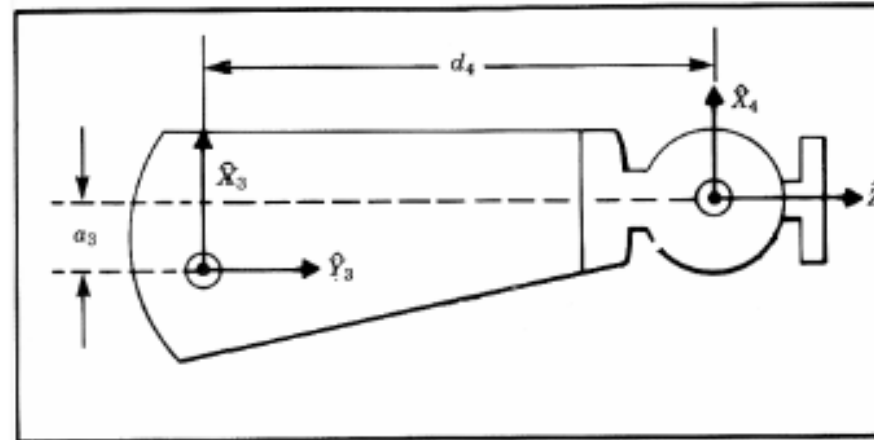
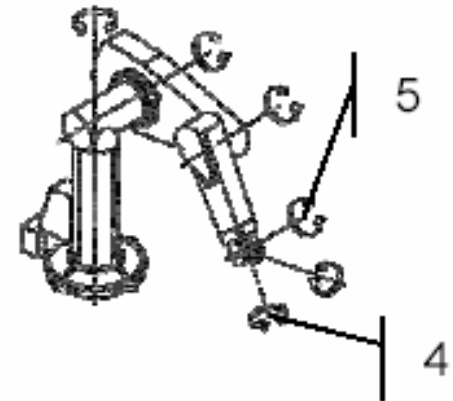
Puma 560

Frame 4

Fissiamo l'asse Z lungo
l'asse del giunto 4

L'asse X mantiene
l'orientamento del
frame precedente dato
che la normale comune
non è definita

L'asse Y completa la
terna



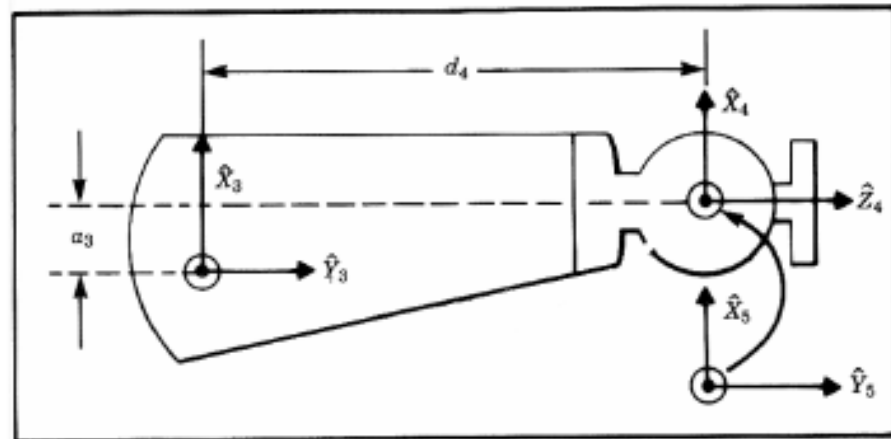
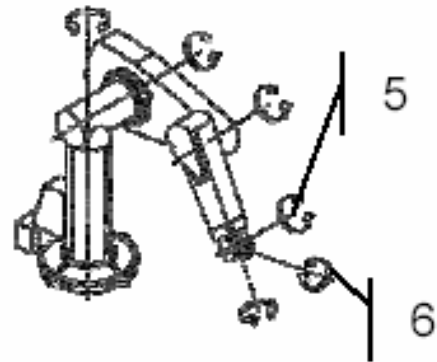
Puma 560

Frame 5

Fissiamo l'asse Z lungo
l'asse del giunto 5

L'asse X mantiene
l'orientamento del
frame precedente dato
che la normale comune
non è definita

L'asse Y completa la
terna



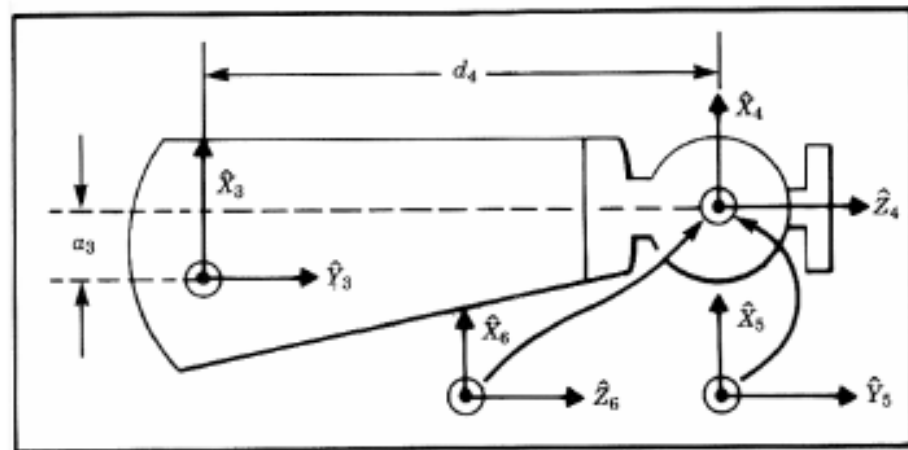
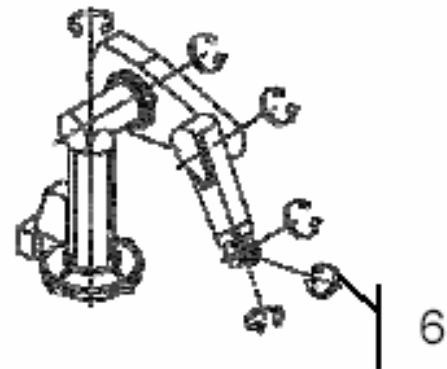
Puma 560

Frame 6

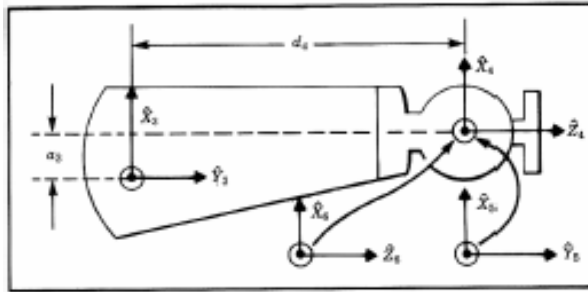
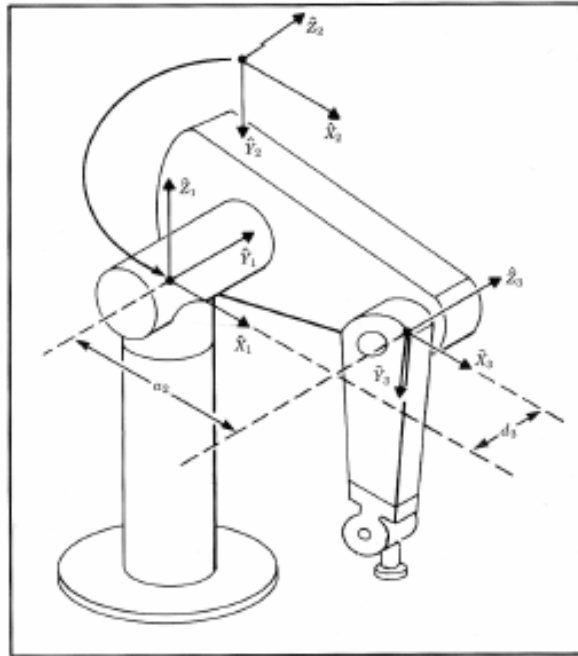
Fissiamo l'asse Z lungo
l'asse del giunto 6

L'asse X mantiene
l'orientamento del
frame precedente dato
che la normale comune
è arbitraria

L'asse Y completa la
terna



Puma 560 – Parametri D-H



i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	-90°	0	0	θ_2
3	0	a_2	d_3	θ_3
4	-90°	a_3	d_4	θ_4
5	90°	0	0	θ_5
6	-90°	0	0	θ_6

Puma 560 – Matrici D-H

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	-90°	0	0	θ_2
3	0	a_2	d_3	θ_3
4	-90°	a_3	d_4	θ_4
5	90°	0	0	θ_5
6	-90°	0	0	θ_6

$$R_1^0(q_1) = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2^1(q_2) = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^2(q_3) = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_4^3(q_4) = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -s\theta_4 & -c\theta_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_5^4(q_5) = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_6^5(q_6) = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_6 & -c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Frames Principali

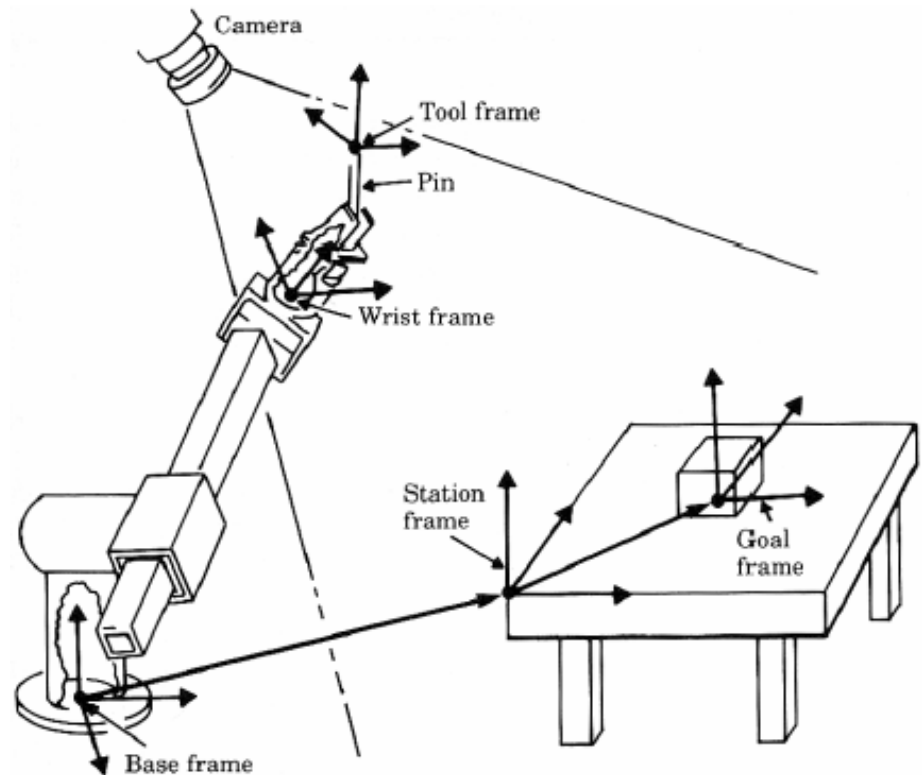
Base Frame (B)

Alla base del manipolatore è il frame 0 di riferimento

Station Frame (S)

Frame di riferimento per il task da eseguire, è legato al frame di base da una trasformazione fissa

$$R_S^B$$



Frames Principali

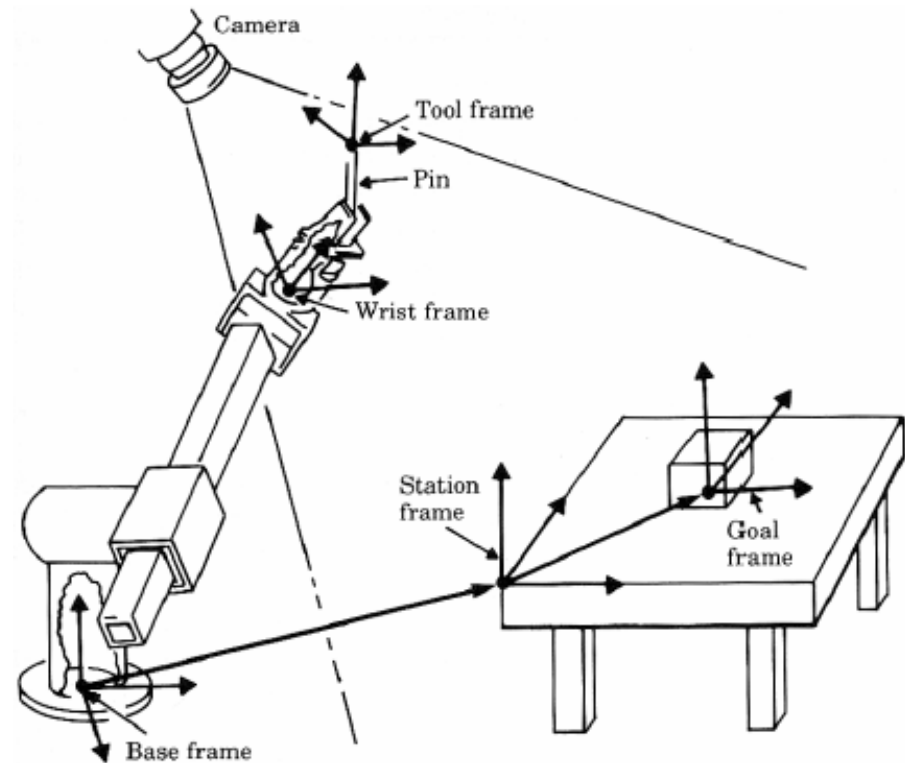
Wrist Frame (W)

E' l'ultimo sistema di riferimento della catena cinematica

Tool Frame (T)

E' il sistema di riferimento associato alla parte estrema del tool utensile. E' legata al polso dalla trasformazione

$$R_T^W$$

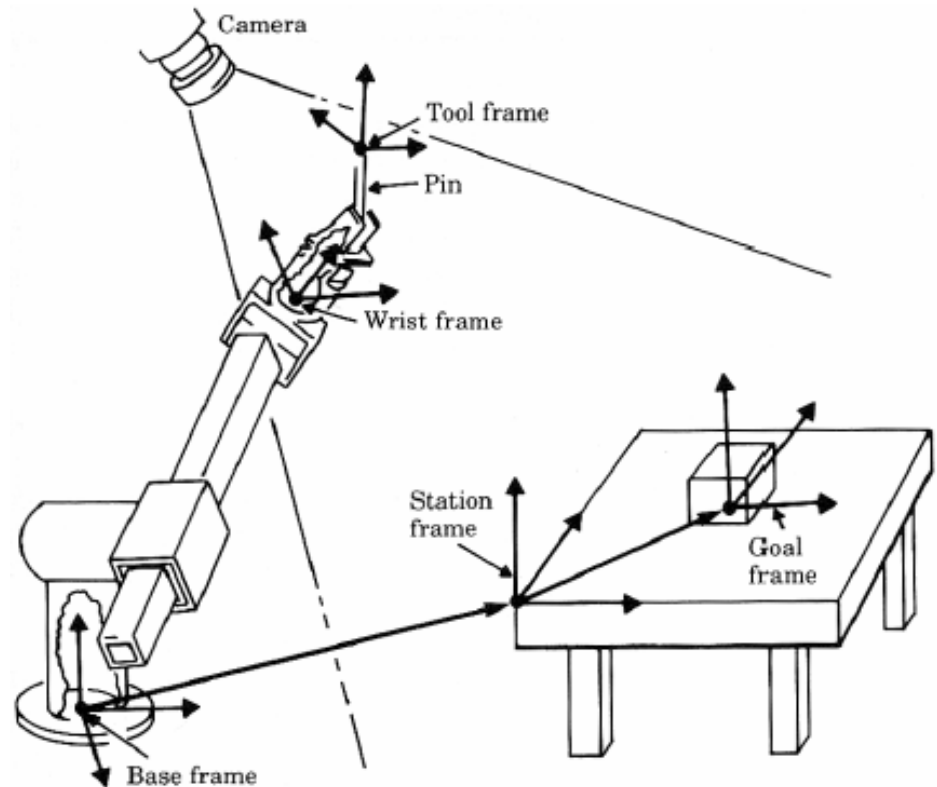


Frames Principali

Goal Frame (G)

Descrive la locazione dove il robot deve portare il tool per eseguire il task richiesto. Alla fine dell'operazione i frame (G) e (T) devono coincidere. (G) è espresso in base al frame (S) a cui è legato da

$$R_G^S$$



Dove si Trova il Tool ?

Problema

Calcolare la trasformazione che esprime la posizione del tool (T) rispetto allo *station frame* (S)

Soluzione

$$R_T^S = \left(R_S^B\right)^{-1} R_W^B R_T^W$$

