

Esame di Sistemi, Modulo di Sistemi Dinamici

15 Luglio 2013

Esercizio 1 (20 punti)

Si consideri il collegamento in serie delle realizzazioni minime e diagonali delle seguenti funzioni di trasferimento:

$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)} \text{ e } H_2(s) = \frac{(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

Si determini la controllabilità e l'osservabilità di $H_1(s)H_2(s)$, $H_2(s)H_1(s)$. Spiegare il diverso comportamento dei due casi.

Esercizio 2 (15 punti)

Si consideri il sistema seguente:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

1) Si studi la traiettoria del sistema nello spazio degli stati sull'intervallo $[0, +\infty)$ a partire dallo stato

iniziale $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ e se ne tracci il grafico nel piano (x_1, x_2) .

2) Si determinino i vettori $x(0)$ in corrispondenza ai quali la traiettoria genera un sottospazio di dimensione 1.

Esercizio 3 (20 punti)

Dato il sistema:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Si costruisca uno stimatore tale che, qualunque sia lo stato iniziale, le componenti dell'errore di stima siano combinazioni lineari delle funzioni e^{-t} , $e^{-t} \sin t$, $e^{-t} \cos t$.

Esercizio 4 (10 punti)

Dimostrare che se una realizzazione (A, b) è controllabile, allora l'unica matrice $X \ n \times n$ tale che $AX = XA$, $Xb = 0$ è la matrice $X = 0$.

Esercizio 5 (35 punti)

Dato il sistema continuo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Si stabilisca se il sistema è BIBO stabile.
2. Si stabilisca se il sistema è internamente stabile.
3. È possibile rendere il sistema osservabile mediante una retroazione di stato?
4. Ripetere l'analisi del punto 3 con il criterio PHB di osservabilità.
5. In caso di risposta positiva al punto 3, è possibile scegliere K in modo che il sistema reso osservabile dalla retroazione, sia anche BIBO stabile e internamente stabile.