Seconda prova parziale di ANALISI MATEMATICA I

Prof. S. De Marchi, Dott. M. Caliari e Dott. V. Recupero

`Verona, 16 marzo 2006`

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli saranno forniti da chi fa assistenza. **Consegnare fogli leggibili!**

1. Studiare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n\,(x+1)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2} - 1 + \sin^3 x}{\log(1+x) - \sin x}.$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{-x^2-2x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(in particolare continuità, crescenza e decrescenza). Si calcoli inoltre l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione e dalle rette $y = 0$, $x = -1$ e $x = 0$.

4. (**solo per MatApp**)

   (i) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^1 \frac{e^{\mathrm{tg}^2 x} - 1}{x \log(1+\sqrt[3]{x^2})} dx.$$

   (ii) Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che esiste una costante $C > 0$ per cui $f'(x) \geq C$. Dimostrare che

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty.$$

`Tempo:` 1.5 ore per i Multimediali e 2 ore per i Matematici.