Filosofia della Scienza - Compito 2
Soluzioni e commenti

Gianluigi Bellin

January 18, 2010

1 Causalità, obbligazione, ipotesi di reato

Lo scopo di questo esercizio è di precisare (e possibilmente formalizzare) la nostra nozione intuitiva di causalità in relazione ad atti giuridicamente significativi. Si vuole mostrare che nel procedimento giudiziario sorgono problemi simili a quelli che interessano la filosofia della scienza: infatti la nozione di *responsabilità* è legata a quella di *causalità* nel caso di atti intenzionali le cui conseguenze riguardano i diritti delle persone giuridiche. Come nella scienza la spiegazione di un evento viene data sulla base di leggi scientifiche che esprimono connessioni funzionali o causali tra eventi, di fatti verificati e possibilmente anche di ipotesi teoriche non verificabili empiricamente, così la richiesta di una sanzione giuridica viene motivata sulla base di correlazioni causali tra eventi, di fatti verificati e di ipotesi di reato spesso inverificabili.

1.1 Esercizio 1

Considera i seguenti enunciati:

A La pistola è carica.

B La pistola e la cartuccia sono funzionanti [1].

C La pistola è puntata verso una persona.

D Il grilletto viene premuto.

E Dunque, una persona viene ferita.

[1] Cioè, la pistola non è arrugginita, la canna non è otturata, la polvere nella cartuccia non è umida, ecc.

1.1.1 Domanda 1(a)

L'espressione

$$A \wedge B \wedge C \wedge D \Rightarrow E$$

esprime una conseguenza causale. Secondo il senso comune alcuni degli eventi descritti dalle proposizioni A - D sono considerati *causa* del ferimento più appropriatamente di altri. Discuti brevemente.

1 punto

1.1.2 Risposta 1(a)

Chiaramente il verificarsi simultaneo delle condizioni A-D è condizione sufficiente per il verificarsi del ferimento ed il verificarsi della congiunzione di A, B, C e D è *invariantemente* (in qualsiasi momento) precondizione dell'evento E, qualora A, B, C e D siano *contigui e precedenti* la E; infine l'*implicazione causale*

$$A \wedge B \wedge C \wedge D \Rightarrow E$$

è *asimmetrica* (cioè non vale $E \Rightarrow A \wedge B \wedge C \wedge B$).

Tuttavia le condizioni A e B descrivono *stati* della realtà, mentre C e D denotano *eventi*. Intuitivamente siamo intuitivamente inclini a pensare che la congiunzione $C \wedge D$ denoti la *causa* del ferimento mentre A e B denotino *condizioni di contorno*, proprietà del contesto in cui il ferimento occorre.

1.1.3 Domanda 1(b)

Spiega brevemente la differenza tra i concetti di *correlazione funzionale* e di *causa* tra eventi. Puoi fare riferimento all' esempio in a).

2 punti

1.1.4 Risposta 1(b)

Una correlazione funzionale stabilisce come una grandezza varia in relazione al variare di altre grandezze, ad esempio l'equazione di Einstein

$$E = mc^2$$

stabilisce una correlazione funzionale tra massa ed energia. Similmente, la legge di Boyle-Mariotte

$$pV = k$$

stabilisce che (a temperatura costante e per una data massa di gas ideale) la pressione assoluta p ed il volume V del gas sono inversamente proporzionali (dove k è una costante). Dunque a temperatura costante e per una data massa di gas, condizione necessaria e sufficiente per la riduzione del volume V è l'aumento della pressione p e, viceversa, condizione necessaria e sufficiente per l'aumento della pressione è la riduzione del volume. Qui abbiamo correlazioni *invarianti* tra eventi che avvengono *simultaneamente* e *nello stesso luogo* ma *simmetricamente*: la legge di Boyle non determina se l'aumento della pressione sia *causa* della riduzione del volume o viceversa.

È dunque l'*asimmetria* ciò che caratterizza le leggi causali: nel caso (a), il fatto di puntare la pistola carica e tirare il grilletto è funzionalmente connesso (tramite una serie di leggi fisico-chimico-biologiche) al ferimento, ma non è possibile invertire la direzione temporale degli eventi.

1.1.5 Domanda 1(c)

Secondo principi morali generalmente riconosciuti e secondo le leggi degli stati dell'Unione Europea, in circostanze ordinarie è vietato ferire le persone. Possiamo concludere che qualcuna delle azioni descritte in A - D sono vietate? Quali? Discuti brevemente.

1 punto

1.1.6 Risposta 1(c)

Riconsideriamo la risposta al quesito 1(a): le condizioni A e B descrivono *stati* della realtà, mentre C e D denotano *eventi*. Ma non solo: C e D denotano *azioni*, e solo le azioni, non gli stati, possono essere vietate da una legge. Quindi possiamo dire che se è vietata l'azione di ferire una persona, allora è vietata anche l'azione di puntare la pistola verso una persona e di premere il grilletto. Possiamo formalizzare questo ragionamento con la seguente regola:

$$\frac{A, B, C \wedge D \Rightarrow E}{A, B, \mathcal{O}\neg E \Rightarrow \mathcal{O}\neg(C \wedge D)}$$

Si noti che non vogliamo proibire i fatti del contesto ("la pistola è carica, è funzionante ed anche la cartuccia è funzionante) perché non sono azioni.

1.1.7 Domanda 1(d)

Supponiamo un magistrato al temine delle investigazioni sia arrivato ad accertare la verità delle seguenti asserzioni:

A' Totò caricò la pistola.

B' La pistola e la cartucia erano funzionanti.

C' Bernardo puntò la pistola verso il deputato.

D' Bernardo premette il grilletto.

E' Dunque, il deputato venne ferito.

Il magistrato deve ora decidere quali persone rinviare a giudizio, assegnando responsabilità per le azioni che hanno causato il ferimento. Discuti il caso brevemente, possibilmente indicando quali ipotesi dovrebbe fare il magistrato per accusare Totò, Bernardo, entrambe o nessuno dei due.

2 punti bioetica
2 punti bonus per filosofia della scienza

1.1.8 Risposta 1(d)

Si noti che ora la condizione A' è divenuta una *azione di Totò*, invece che uno *stato della pistola*. Quindi ora diventa sensato dire che l'azione A' è reato, ma solo se essa è vista come parte di una serie di circostanze che fanno parte di un piano intenzionale per causare il ferimento del deputato; e poiché sono due gli agenti delle azioni A', C' e D', è essenziale stabilire se Totò e Bernardo hanno cospirato al ferimento o no. Dobbiamo cioè introdurre delle *ipotesi di reato* ed attribuire alcune *attitudini* agli agenti, le loro *intenzioni*, che possono essere ragionevolmente attribuite in presenza di altri indizi (da aggiungere ai dati A'-D'), ma che possono anche restare entità puramente teoriche, inverificate.

Queste ipotesi di reato sono di cinque tipi:

1. Totò e Bernardo hanno cospirato per ferire il deputato, cooperando ad un unico progetto criminoso: entrambe vanno condannati.

2. Berardo ha agito seguendo un progetto criminoso che esclude la cooperazione di Totò. Questi ha caricato la pistola per diverse ragioni (come parte di una consuetudine, per andare a cacciare, ecc): solo Bernardo va condannato.

3. Bernardo non era consapevole che puntando la pistola e premendo il grilletto avrebbe ferito il deputato, perché era incapace di intendere e volere (ipnotizzato, ecc.) oppure perchè credeva che la pistola fosse scarica e voleva solo intimidire il deputato; inoltre, l'intera operazione

è stata progettata e diretta da Totò, che ha anche caricato la pistola: solo Totò va condannato per il ferimento, Bernardo va eventualmente punito per l'atto di intimidazione, ecc.

4. Nè Totò nè Bernardo erano consapevoli di quanto stava succedendo (qualcun altro aveva architettato la cosa).

5. Non vi sono prove sufficienti per decidere che una delle precedenti ipotesi è più plausibile delle altre: gli imputati vanno assolti per insufficienza di prove.

Si noti che come dimostra la quinta possibilità, al giudice occorre qualche tipo di prova per decidere su una ipotesi di reato piuttosto che un'altra. Nel caso non vi sia una evidenza conclusiva, si deve applicare la vecchia massima del diritto romano *in dubio, pro reo*. Infatti per la legge è molto peggio che un innocente sia punito piuttosto che un colpevole resti impunito. La *certezza del diritto* non consiste nel fatto che ad ogni crimine corrisponda una condanna, ma che ogni crimine sia investigato nel migliore modo possibile e che la sentenza sia formulata imparzialmente secondo l'evidenza raccolta in un tempo ragionevole. La sentenza poi, sia nel caso di assoluzione che in quello di condanna, non comporta la verità delle ipotesi accettate dal giudice. Più precisamente, se il giudice stabilisce che un individuo N ha commesso reato, accettando una ipotesi di reato espressa dalla proposizione $A_1(N)$, ciò non significa che la proposizione $A_1(N)$ sia vera, ma solo che esistono sufficienti prove per ritenere $A_1(N)$ una spiegazione plausibile dei fatti e che $A_1(N)$ sia più plausibile delle spiegazioni alternative $A_2, \ldots, A_m$ considerate. Se ulteriore evidenza viene prodotta che scredita $A_1(N)$, il processo può venire rifatto anche senza se in questo modo non viene riconosciuto un altro responsabile dei fatti.

2 Forma logica delle leggi scientifiche. Logica classica e logica lineare

2.1 Esercizio 2.

Quali delle seguenti inferenze hanno una forma logica appropriata per rappresentare leggi scientifiche?

1. $A, B \Rightarrow A$;

2. $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \Rightarrow C$;

3. $(A \wedge B) \to C, A \to B, A \Rightarrow C$;

4. $A \wedge \neg A \Rightarrow B$.

2.1.1 Domanda (a)

Discuti brevemente.

2 punti

2.1.2 Risposta (a)

1. $A \wedge B \to A$ è logicamente valida, ma l'ipotesi B può essere del tutto irrilevante (*io sono veronese e la luna è di formaggio verde, dunque io sono veronese*). Questo non è accettabile in una legge scientifica. Ma anche se rimuovessimo l'ipotesi potenzialmente irrilevante, otterremmo $A \Rightarrow A$, e l'identità logica non è considerata legge scientifica.

2. $A \to B, B \to C, A \Rightarrow C$ (la transitività dell'implicazione) è logicamente valida, ed è un ingrediente essenziale nella spiegazione scientifica. Otteniamo inferenze valide nel senso comune sostituendo come segue:

   A = *"Mmm è un bue"*, B = *"Mmm è ruminante con lo stomaco quadripartito"*, C = *"Mmm è privo di incisivi superiori"*;

   A = *"la pistola spara"*, B = *"la pallottola spezza il vetro dell'auto"*, C = *"la pallottola ferisce il deputato"*.

3. $(A \wedge B) \to C, A \to B, A \Rightarrow C$ è logicamente valida. Considera l'esempio

   A = *"la pistola spara"*, B = *"il vetro dell'auto è rotto"*, C = *"il deputato è ferito"*.

4. $A \wedge \neg A \Rightarrow B$ è logicamente valida, ma B segue solo perché la premessa è contraddittoria ed in logica classica dal falso segue qualsiasi cosa. Dunque la conclusione B può non avere nulla a che fare con A o $\neg A$. Considera l'esempio *"sto bene e non sto bene, quindi la luna è di formaggio verde"*.

Solo gli schemi 2 e 3 sono appropriati per rappresentare leggi scientifiche; 2 e 3 possono essere usate per rispondere appropriatamente alle domanda *perché Mmm è privo di incisivi superiori?* e *perché il deputatio è stato ferito?*. Invece gli schemi 1 e 4 non possono essere usati in questo modo "*perché sono veronese? perché sono veronese!*"; *"perché la luna è di formaggio verde?"*.

2.1.3 Domanda (b)

Trova prove nel calcolo dei sequenti per 1) - 4). Quali di queste sono valide nella logica lineare moltiplicativa?

2 punti filosofia della scienza
2 punti bonus per bioetica

2.1.4 Risposta (b.1)

$$\frac{A \Rightarrow A}{A, B \Rightarrow A}\ \textit{indebolimento}$$

Questo sequente è logicamente valido: non è possibile dare valore di verità **vero** ad A e B ed inoltre anche **falso** ad A. Ma la dimostrazione qui sopra non vale in logica lineare moltiplicativa, perché l'indebolimento non è una regola della logica lineare.

2.1.5 Risposta (b.2)

$$(1)\ \frac{B \to C, \mathbf{A} \Rightarrow C, \mathbf{A} \qquad (2)\ \dfrac{\mathbf{B}, A \Rightarrow C, \mathbf{B} \qquad \mathbf{C}, B, A \Rightarrow \mathbf{C}}{B, \mathbf{B} \to \mathbf{C}, A \Rightarrow C}\ \to\text{-L}}{\mathbf{A} \to \mathbf{B}, B \to C, A \Rightarrow C}\ \to\text{-L}$$

Questo sequente è logicamente valido. La procedura *semantic tableaux* comincia dal sequente finale, e cerca di dare valore **vero** alle formule $A \to B$, $B \to C$ ed A che sono nell'*antecedente* (cioè, a sinistra di $\Rightarrow$) ed anche valore **falso** a C che è nel *succedente* (cioè a destra di $\Rightarrow$).

Al passo (1), si analizza $\mathbf{A} \to \mathbf{B}$: per rendere questa formula **vera** occorre fare o A **falsa** oppure B vera. Abbiamo dunque una ramificazione. Nel ramo sinistro scriviamo A nel succedente e finiamo subito, perché nel sequente

$$B \to C, \mathbf{A} \Rightarrow C, \mathbf{A}$$

non è possibile dare alla formula $\mathbf{A}$ sia valore **vero** che **falso**.

Nel ramo destro al passo (2) si analizza come rendere **vera** la formula $\mathbf{B} \to \mathbf{C}$, e di nuovo abbiamo una ramificazione: o bene facciamo **falso** B o bene facciamo vero C. Ma entrambe queste scelte sono impossibili: nel sequente

$$\mathbf{B}, A \Rightarrow C, \mathbf{B}$$

è impossibile rendere $\mathbf{B}$ sia **vera** che **falsa** e nel sequente

$$\mathbf{C}, B, A \Rightarrow \mathbf{C}$$

è impossibile fare **C** sia **vera** che **falsa**. Quindi la procedura fallisce, e si può dimostrare che anche la conclusione non può essere falsificata.

Il sequente $\mathbf{A} \to \mathbf{B}, B \to C, A \Rightarrow C$ è derivabile in logica lineare moltiplicativa come segue:

$$\dfrac{A \Rightarrow A \qquad \dfrac{B \Rightarrow B \qquad C \Rightarrow C}{B, B \to C \Rightarrow C}\to\text{-L}}{A \to B, B \to C, A \Rightarrow C}\to\text{-L}$$

Qui non abbiamo usato nè la contrazione nè l'indebolimento, quindi la derivazione è valida in logica lineare

2.1.6 Risposta (b.3)

Il sequente $(A \wedge B) \to C, A \to B, A \Rightarrow C$ è logicamente valido:

$$(1)\ \dfrac{(2)\ \dfrac{A \to B, \mathbf{A} \Rightarrow C, \mathbf{A} \qquad (3)\ \dfrac{\mathbf{A} \Rightarrow C, B, \mathbf{A} \qquad \mathbf{B}, A \Rightarrow C, \mathbf{B}}{\mathbf{A} \to \mathbf{B}, A \Rightarrow C, B}\to\text{-L}}{A \to B, A \Rightarrow C, \mathbf{A} \wedge \mathbf{B}}\wedge\text{-R} \qquad \mathbf{C}, A \to B, A \Rightarrow \mathbf{C}}{(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \to \mathbf{C}, A \to B, A \Rightarrow C}\to\text{-L}$$

La procedura *semantic tableaux* comincia dalla conclusione e cerca di rendere **vere** le formule a sinistra di $\Rightarrow$ e **false** quelle a destra di $\Rightarrow$.

Al passo (1) cerchiamo di rendere $(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \to \mathbf{C}$ **vera**. Due rami: o rendiamo $A \wedge B$ **falsa** oppure C **vera**. Il secondo caso fallisce subito: è impossibile rendere allo stesso tempo **vera** e **falsa** la formula C nel sequente

$$\mathbf{C}, A \to B, A \Rightarrow \mathbf{C}$$

Al passo (2) analizziamo $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ ed anche qui abbiamo una ramificazione: possiamo rendere **falsa** A oppure **falsa** B. La prima scelta fallisce subito: non è possibile fare allo stesso tempo **vera** e **falsa** A in

$$A \to B, \mathbf{A} \Rightarrow C, \mathbf{A}$$

Ci resta la possibilità di fare B falsa. Al passo (3) analizziamo $\mathbf{A} \to \mathbf{B}$ ed abbiamo ancora una volta due possibilità, che immediatamente falliscono: da un lato non è possibile rendere **falsa** A in

$$\mathbf{A} \Rightarrow C, B, \mathbf{A}$$

perché ci siamo già impegnati a farla anche **vera**; dall'altro non è possibile rendere B **vera** in

$$\mathbf{B}, A \Rightarrow C, \mathbf{B}$$

perché ci siamo già impegnati a renderla **falsa**. Quindi la procedura fallisce e la conclusione è valida.

Vogliamo verificare se la derivazione sopra indicata possa essere trasformata in una derivazione in logica lineare moltiplicativa. La seguente derivazione è il meglio che possiamo fare, ma dobbiamo sempre usare la regola *contrazione* a sinistra.

$$(1)\;\dfrac{\dfrac{(2)\;\dfrac{A \Rightarrow A \qquad (3)\;\dfrac{A \Rightarrow A \qquad B \Rightarrow B}{A, A \rightarrow B \Rightarrow B}\;\rightarrow\text{-L}}{A, A, A \rightarrow B \Rightarrow A \wedge B}\;\wedge\text{-R}}{A, A \rightarrow B \Rightarrow A \wedge B}\;contr \qquad C \Rightarrow C}{(A \wedge B) \rightarrow C, A \rightarrow B, A \Rightarrow C}\;\rightarrow\text{-L}$$

2.1.7 Nota

Come J-Y.Girard spiega nel suo articolo *Linear Logic, its syntax and semantics* la logica lineare moltiplicativa consente di rappresentare equazioni chimiche come $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Girard scrive a pagina 4:

> *Una parafrasi nel linguaggio naturale di questa formula sarebbe*
>
> $$H_2 \;\; ed \;\; H_2 \;\; ed \;\; O_2 \; implica \; H_2O \; ed \; H_2O$$
>
> *Il senso comune sa come manipolare questa come una inferenza logica; ma questo stesso senso comune sa che nel senso usato qui A non è equivalente ad "A ed A" (perché le proporzioni sono cruciali) e che lo stato iniziale, una volta usato, non può più essere riusato. Ci servono qui le proprietà di $\otimes$ per rappresentare "e" e quelle di $\multimap$ per rappresentare "implica". Una rappresentazione corretta sarà dunque*
>
> $$H_2 \otimes H_2 \otimes O_2 \multimap H_2O \otimes H_2O$$
>
> *In effetti, se prendiamo le equazioni chimiche scritte in questo modo come assiomi, allora la relazione di conseguenza lineare corrisponderà alla nozione di uno stato accessibile dallo stato iniziale.*

Per esempio consideriamo le sequenti equazioni che esprimono reazioni a livello atomico. Possiamo formulare l'equazione (i) $H_2 \otimes O \multimap H_2O$ come un assioma e l'equazione (ii) $O_2 \multimap O \otimes O$ come regola:

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & H_2, O \Rightarrow H_2O \\ \text{(ii)} & \dfrac{O, O, \Gamma \Rightarrow A}{O_2, \Gamma \Rightarrow A} \end{array}$$

Allora possiamo derivare la nostra formula come segue

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\text{assioma (i)}}{H_2, O \Rightarrow H_2O} \qquad \dfrac{\text{assioma (i)}}{H_2, O \Rightarrow H_2O}}{H_2, H_2, O, O \Rightarrow H_2O \otimes H_2O}\ \otimes\text{-R}}{H_2, H_2, O_2 \Rightarrow H_2O \otimes H_2O}\ \text{assioma (ii)}}{H_2 \otimes H_2, O_2 \Rightarrow H_2O \otimes H_2O}\ \otimes\text{-L}}{H_2 \otimes H_2 \otimes O_2 \Rightarrow H_2O \otimes H_2O}\ \otimes\text{-L}$$

Nota. Questo uso della logica per rappresentare equazioni chimiche *mantenendo le proporzioni attraverso l'esclusione della regola di contrazione* non esclude certo la possibilità di usare una logica in cui valga la contrazione per rappresentare leggi scientifiche. Per esempio, consideriamo l'esempio 3 nell'esercizio 2(a). Immaginiamo un'auto blindata con vetri antiproiettile: il primo enunciato dice *"se la pistola spara ed il vetro è rotto, allora il deputato è ferito"*, il secondo *"se la pistola spara allora il vetro è rotto"* ed il terzo *"la pistola spara"*; da questo concludiamo *"il deputato è ferito"*. La condizione *"la pistola spara"* compare nell'antecedente di due implicazioni; occorrono due spari per ottenere il risultato, uno per rompere il vetro e l'altro per ferire il deputato? Non necessariamente: il colpo può essere abbastanza forte da rompere il vetro ed anche ferire il deputato, ma *nella considerazione di chi parla* lo stesso fatto viene esaminato due volte. Questo significa che una proposizione vera può essere considerata un numero arbitrario di volte per inferire altre proposizioni: ci sono insomma differenti usi della logica, nell'uso di Girard una reazione chimica viene simulata logicamente, nel nostro caso lo stesso evento viene considerato più volte senza che "l'uso delle risorse deduttive" serva a simulare processi reali.

3 Ragionare "per eccellenza" e "con eccezioni"

L'argomento di questo esercizio si ricollega, almeno nelle motivazioni, ad alcuni temi centrali del corso. Jonathan Barnes nell'Introduzione agli Analitici secondi discute la definizione della *conoscenza* data da Aristotele

> Riteniamo di conoscere qualcosa in senso proprio, e non accidentalmente alla maniera sofistica, quando riteniamo di afferrare la ragione per la quale la cosa è, che essa è la ragione di quella cosa, e che ciò non può essere altrimenti *Analitici Secondi I 2, 71b9-13.*

che Barnes riformula come segue:

> Qualcuno sa che cosí e cosà se e solo se, in primo luogo capisce perché cisí e cosà e in secondo luogo capisce che è necessario che cosí e cosà. (pag XVIII)

Dopo aver discusso alcuni problemi che sembrano rendere inadeguata la definizione, Barnes aggiunge

> Vi è una terza ed ultima difesa della definizione di Aristotele. Riconosciamo che il verbo *epístasthai* significa effettivamente "conoscere" e che Aristotele non sta cercando di imporgli forzatamente un nuovo significato. Il suo intento è piuttosto il seguente: egli cerca di spiegare la conoscenza delineandone un paradigma. Quello che è in gioco è comunque il concetto ordinario di conoscenza, ma il *definiens* non si attaglia a tutti i casi del *definiendum*, ma solo a quello centrale o primario o paradigmatico.
>
> Ciò sembrerà strano. [...] Eppure, si consideri la celebre definizione dell'uomo, "animale razionale bipede", e si supponga che qualcuno voglia obiettare a questa definizione facendo osservare che alcuni uomini hanno una gamba sola, altri non ne hanno alcuna, o notando che, in base alla dottrina dello stesso Aristotele, gli schiavi naturali, che costituiscono i nove decimi della razza umana, non sono razionali, [...] o che i bambini non lo sono ancora o che molti vegliardi non lo sono più. In una parola si supponga che qualcuno obietti che non tutti gli uomini sono razionali e bipedi. Questo non determinerebbe alcuna difficoltà per un aristotelico: è certo che tutti gli schiavi sono uomini e che nessuno schiavo è razionale, e tuttavia gli uomini sono essenzialmente e per definizione animali razionali (pag XXVII-XXVIII).

È chiaro cosa vuol dire che un uomo "per eccellenza" è un animale razionale; ma è anche molto difficile *formalizzare* un ragionamento che si basi su una definizione di questo tipo. Un modo suggerito dall'Intelligenza Artificiale è di introdurre un predicato *Normale* (x), in aggiunta ai predicati *Uomo* (x), *Animale* (x), *Bipede* (x) e *Razionale* (x) e scrivere:

$$\forall x. \mathit{Uomo}\ (x) \wedge \mathit{Normale}\ (x) \Rightarrow \mathit{Razionale}\ (x) \wedge \mathit{Bipede}\ (x)$$

Problemi di questo tipo sorgono ovunque se cerchiamo di formalizzare il linguaggio della biologia. Scrive Martha Nussbaum nel saggio *Aristotle on teleological explanation*

> Quando dico, "La funzione di x in O è di y (ed x è un organo o un sistema fisico, non uno stato funzionale), intendo dire allora:
>
> 1. che y è una "attività costitutiva" nel sistema O (cioè, una attività che sarebbe menzionata in una analisi ottimale di come O sia mantiene e si riproduce).
> 2. y è una attività continuativa o regolare in O (diciamo questo per eliminare i casi in cui una parte svolge una funzione utile accidentalmente o sporadicamente); x ha stabilmente una disposizione a compiere y.

3. x o qualche analogo funzionale di x è necessario per svolgere la funzione y in O.
4. In circostanze normali x è necessario per svolgere la funzione y (o per svolgerla bene) in O, dato il modo in cui O è costituito.

Si ponga x = un rene, O = organismo umano, y = depurare il sangue. Certo (1) la depurazione del sangue è attività essenziale nel corpo umano, (2) si svolge continuativamente in un tale corpo ed un rene (*funzionante!*) ha stabilmente la disposizione a depurare il sangue; (3) un rene (o un rene artificiale) è necessario per depurare il sangue in un organismo umano; (4) *in circostanze normali* in un corpo umano un rene è necessario per depurare il sangue. Anche qui si fa riferimento alle funzioni *normali* di un organo in un organismo biologico complessso.

Si noti che in questi esempi la caratterizzazione della funzione di un organo in un sistema biologico, oppure la definizione di una specie biologica hanno ancora un aspetto informale, non completamente esplicitato; ma un certo livello di approssimazione è comunque inevitabile e necessario quando l'informazione è raccolta in una base di dati. L'esercizio 3 può essere affrontato in modi diversi; seguiamo qui la soluzione di Luca Simonetti.

3.1 Esercizio 3.

(a) Formalizza gli enunciati 1-4, indicando il lessico.

1. Lulu è un usignolo e canta alle 2 di mattina, Freccia è una rondine e canta alle 7 di sera.
2. Gli uccelli della stessa specie cantano alla stessa ora, se sono normali.
3. Callas è un usignolo ed è normale.
4. Swing è una rondine.

Suggerimento: usa predicati che esprimano *x canta al tempo t*, *x è della stessa-specie di y*, *x è normale*, *x è un usignolo*, *x è una rondine*, *x è normale*, *t è un istante di tempo*, ecc.

Vorremmo poter concludere che

- Callas canta alle 2 di mattina
- ma **non** che Swing canta alle 7 di sera, *perchè Swing non è normale.*

Abbiamo omesso alcune assunzioni? Se si, quali?

2 punti

(b) Formalizza il ragionamento in 2 in un calcolo logico, se necessario con le assunzioni mancanti.

2 punti bonus

3.1.1 Parte (a): Lessico

Predicati:

$us\ (x) =$ *"x è un usignolo"*

$ca\ (x,t) =$ *"x canta al tempo t"*

$ro\ (x) =$ *"x è una rondine"*

$st\text{-}sp\ (x,y) =$ *"x ed y sono uccelli della stessa specie"*

$nr\ (x) =$ *"x è normale"*

$us\ (x) =$ *"x è un usignolo"*

$tm\ (x) =$ *"x è un periodo di tempo"*

Nomi:

$L =$ *Lulù*, $F =$ *Freccia*, $C =$ *Callas*, $S =$ *Swing*, 2, 19.

Formalizzazione:

1. $us\ (L) \wedge ca\ (L,2) \wedge ro\ (F) \wedge ca\ (F,19)$;

2. $\forall x.\forall y.\forall t.\big(st\text{-}sp\ (x,y) \wedge nr\ (x) \wedge nr\ (y) \wedge tm\ (x) \wedge ca\ (x,t)\big) \to ca\ (y,t)$

3. $us\ (C) \wedge nr\ (C)$

4. $ro\ (S)$

Voglio concludere che *Callas canta alle 2 di mattina*, cioè

- $Ca\ (C,2)$.

Per inferire questo mancano tre assunzioni: che *Lulu è normale*, che le ore 2 sono un periodo di tempo (!) e che *Callas e Lulu sono della stessa specie*, cioè basta aggiungere queste ipotesi:

5. $nr\ (L) \wedge tm\ (2)$ ed inoltre

(*) $st\text{-}sp\ (L, C)$.

In realtà, $st\text{-}sp\ (L, C)$ è conseguenza del fatto che Lulù e Callas sono usignoli, e similmente per Freccia e Swing. Posso dunque ricavare (*) dall'assioma

6. $\forall x.\forall y.us\ (x) \wedge us\ (y) \to st\text{-}sp\ (x, y)$.

Poiché *non* vale che *Swing è normale*, non posso concludere che Swing canta alla stessa ora di Freccia.
Se siamo interessati solo nel dedurre informazione positiva, questo può bastare. Altrimenti dobbiamo aggiungere un assioma che stabilisca che se due uccelli sono della stessa specie ma solo uno è normale, allora quello anormale o non canta o canta in un tempo diverso da quello normale.

7. $\forall x.\forall y.ro\ (x) \wedge ro\ (y) \to st\text{-}sp\ (x, y)$.

8. $nr\ (F) \wedge \neg nr\ (S)$

9. $\forall x.\forall y.\forall t_1.\forall t_2.\big[tm(t_1) \wedge tm(t_2) \wedge st\text{-}sp\ (x, y) \wedge nr\ (x) \wedge \neg nr\ (y)\big] \to [ca\ (x, t_2) \to \neg t_1 = t_2]$

3.1.2 Deduzione

1'. $us\ (L) \wedge ca\ (L, 2)$;

2. $\forall x.\forall y.\forall t.\big(st\text{-}sp\ (x, y) \wedge nr\ (x) \wedge nr\ (y) \wedge tm\ (x) \wedge ca\ (x, t)\big) \to ca\ (y, t)$

3. $us\ (C) \wedge nr\ (C)$

5. $nr\ (L) \wedge tm\ (2)$

6. $\forall x.\forall y.us\ (x) \wedge us\ (y) \to st\text{-}sp\ (x, y)$.

7. $us\ (L) \wedge us\ (C) \to st\text{-}sp\ (L, C)$, da (6) per $\forall$-E, con $x := L$ e $y := C$;

8. $us\ (L) \wedge us\ (C)$, da (1) e (3) per $\wedge$-I e $\wedge$-E;

9. $st\text{-}sp\ (L, C)$, da (7) e (8), per $\to$-E (*modus ponens*);

10. $\big(st\text{-}sp\ (L, C) \wedge nr\ (L) \wedge nr\ (C) \wedge tm\ (2) \wedge ca\ (L, 2)\big) \to ca\ (C, 2)$
    da (2) per $\forall$-E

11. $\big(st\text{-}sp\ (L, C) \wedge nr\ (L) \wedge nr\ (C) \wedge tm\ (2) \wedge ca\ (L, 2)\big)$
    da (9), (5), (3) e (1');

12. $Ca\ (C, 2)$ da (10) ed (11) per $\to$-E, come dovevasi dimostrare.

3.1.3 Un'altra soluzione

Questa formalizzazione potrebbe essere utile ad un ornitologo che studiasse il comportamento di alcune specie di uccelli, assumesse come principio che gli uccelli della stessa specie cantano alla stessa ora. Avendo verificato che le rondini di solito cantano di sera, alle ore 19, se verifica che la rondine Swing non canta a quell'ora, può assumere che Swing non sia normale, piuttosto che modificare la sua ipotesi generale. D'altra parte, se la ricerca ha in effetti confermato le ipotesi, mostrando che le rondini normalmente cantano alle 19 e gli usignoli normalmente alle 2, allora l'informazione si può codificare in modo più semplice come segue.

1. $\mathit{us}\ (L) \wedge \mathit{us}\ (C) \wedge \mathit{ro}\ (F) \wedge \mathit{ro}\ (S)$ ed inoltre $\mathit{nr}\ (L) \wedge \mathit{nr}\ (C) \wedge \mathit{nr}\ (F)$;
2. $\forall x.\forall y.\forall t.\big(\mathit{st\text{-}sp}\ (x, y) \wedge \mathit{nr}\ (x) \wedge \mathit{nr}\ (y) \wedge \mathit{tm}\ (x) \wedge \mathit{ca}\ (x, t)\big) \rightarrow \mathit{ca}\ (y, t)$
3. $\forall x.\mathit{us}\ (x) \wedge \mathit{nr}\ (x) \rightarrow \mathit{ca}\ (x, 2)$ ed inoltre $\forall x.\mathit{ro}\ (x) \wedge \mathit{nr}\ (x) \rightarrow \mathit{ca}\ (x, 19)$