Logica, teoria della conoscenza, filosofia della scienza.

Gianluigi Bellin

October 8, 2013

0.1. La filosofia della scienza esamina le strutture concettuali e le argomentazioni in uso nelle varie scienze; si interessa

- al mutamento dei *paradigmi* che si verifica nelle *rivoluzioni scietifiche*;
- ai *metodi di scoperta* e soprattutto *ai metodi di giustificazione*

- delle teorie scientifiche paradigmatiche
- delle scoperte scientifiche accettate come vere e sistemate nell'ambito di una teoria generale.

Mentre il metodo della scoperta pertiene soprattutto alle singole scienze, il metodo di giustificazione viene discusso anche su basi filosofiche.

Esempi di cambiamento di paradigma scientifico:

- la *rivoluzione copernicana* in astronomia;
- l'abbandono della fisica di Aristotele in favore della fisica di Newton;
- l'accettazione della fisica dei quanti e della teoria della relatività;
- l'accettazione della teoria evoluzionistica di Darwin e la creazione della genetica in biologia.

0.2. Scienza e teoria della conoscenza.

Cosa vuol dire *"conoscere"*?

Platone: *conoscenza* è una

1. *credenza* 2. *vera* e 3. *giustificata.*

(1) Come un soggetto umano acquista credenze? un robot, un computer acquistano credenze?

- *Teoria dell'argomentazione:* Date alcune credenze, come si acquistano altre credenze?

(2) Cosa vuol dire che una credenza è vera?

- *Logica delle proposizioni*: ciò che è vero sono le *proposizioni.*
- *Teoria del significato*: qual è il significato delle proposizioni (*semantica*)?

- *Concetto di verità*: in che senso le proposizioni corrispondono alla realtà (*ontologia*)?

(3) In che senso una credenza è giustificata?

- *logica del giudizio*: ciò che è giustificato è un *giudizio*.
- *teoria dell'argomentazione:* come si deduce un giudizio giustificato a partire da un giudizio giustificato.

1. Logica delle argomentazioni.

Logica proposizionale

1.	*Formalmente:*
Se Gianni viene alla festa, allora Maria viene.	$A \to B$
Gianni viene alla festa.	A
Maria viene alla festa.	B
2.	
O Gianni viene alla festa o Maria viene.	$A \vee B$
Se Gianni viene allora Carla viene.	$A \to C$
Se Maria viene allora Dario viene.	$B \to D$
O Carla o Dario vengono alla festa.	$C \vee D$
3.	
Gianni e Dario vengono alla festa.	$A \wedge D$
Se Gianni viene allora Sara viene.	$A \to S$
Se Dario viene allora Sara non viene.	$D \to \neg S$
il presidente Obama viene alla festa.	O

Logica predicativa

1.

Tutte le balene sono mammiferi.	$\forall x.B(x) \to M(x)$
Moby Dick è una balena.	$B(m)$
---	---
Moby Dick è un mammifero.	$M(m)$

2.

Tutti i pesci sono mammiferi.	$\forall x.P(x) \to M(x)$
Moby Dick è un pesce.	$P(m)$
---	---
Moby Dick è un mammifero.	$M(m)$

3. (*sillogismo*)

Tutti i cavalli sono mammiferi.	$\forall x.C(x) \to M(x)$
Tutti i mammiferi sono vertebrati.	$\forall x.M(x) \to V(x)$
---	---
Tutti i cavalli sono vertebrati.	$\forall x.C(x) \to V(x)$

3*.

Tutti i cavalli sono mammiferi.	$\forall x.C(x) \to M(x)$
Tutti i cavalli sono vertebrati.	$\forall x.C(x) \to V(x)$
---	---
Tutti i mammiferi sono vertebrati.	$\forall x.M(x) \to V(x)$

4.

Tutti gli unicorni sono cavalli.	$\forall x.U(x) \to C(x)$
Esiste un unicorno.	$\exists x.U(x)$
---	---
Esiste un cavallo.	$\exists x.C(x)$

In ogni argomento ogni linea è un *giudizio assertivo*. Ciò che viene asserito è una *proposizione*.
In ogni argomento giudizi sopra la riga sono le *premesse* quello sotto la riga è la *conclusione*.

Quando un argomento è valido?
Deve preservare la *correttezza dei giudizi*: se tutte le premesse sono corrette, anche la conclusione è corretta.

- Perché un giudizio sia corretto *non basta* che la proposizione asserita sia vera.

Risposta classica: **Preservazone della verità.** *Se le premesse sono vere, allora la conclusione è vera.*

Logica proposizionale.

Dato un insieme **Atomi** di proposizioni atomiche $p_1, p_2, \ldots$ l'insieme delle formule della logica proposizionale è dato dalla grammatica

$$A, B \; := \; p \mid \neg A \mid A \wedge B \mid A \vee B \mid A \to B \mid A \leftrightarrow B$$

Per la preservazione della verità non importa il significato delle proposizioni atomiche; basta assumere che

- le proposizioni atomiche siano **vere** o **false** (e nient'altro);
- i *connettivi* logici *"non"* ($\neg$), *"e"* ($\wedge$), *"o"* ($\vee$), *"implica"* ($\to$)*)* *"se e solo se"* ($\leftrightarrow$) siano *vero-funzionali*, cioè

siano *funzioni totali* che assegnino un valore di verità **vero** o **falso** alla formula composta quando applicate del valori di verit'à delle formule componenti.

Tabelle di verità per i *connettivi logici*:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
v	v	f	v	v	v	v
v	f	f	f	v	f	f
f	v	v	f	v	v	f
f	f	v	f	f	v	v

Esercizio: Si scrivano tutte le 16 possibili funzioni binarie di valori di verità

.

Soddisfacibilità, validità, conseguenza logica

Dato un insieme **Atomi** di proposizioni atomiche $p_1, p_2, \ldots$, una *valutazione* $\mathcal{V} : \mathbf{Atomi} \rightarrow \{v, f\}$ è una funzione che assegna un valore di verità **vero** o **falso** a ciascuna formula atomica. Ogni valutazione $\mathcal{V}$ assegna un unico valore di verità alle formule composte, che viene determiano con il metodo delle tavole di verità

• Una formula A è **soddisfacibile** se esiste una valutazione $\mathcal{V}$ tale che $\mathcal{V}(A) = v$

- Una formula A è **falsificabile** se esiste una valutazione $\mathcal{V}$ tale che $\mathcal{V}(A) = f$
- Una formula A è **valida** se per ogni valutazione $\mathcal{V}$ $\mathcal{V}(A) = v$
- Una formula A è **contraddittoria** se per ogni valutazione $\mathcal{V}$ $\mathcal{V}(A) = f$.
- una formula C è **conseguenza logica** di un insieme di formule $A_1, \ldots, A_n$ (in simboli $A_1, \ldots, A_n \Rightarrow C$), se per ogni valutazione $\mathcal{V}$ tale che $\mathcal{V}(A_1) = \ldots = \mathcal{V}(A_n) = v$ vale che $\mathcal{V}(C) = v$.

Verifichiamo che gli argomenti **1** e **3** sono validi.

$$A \to B, A \Rightarrow B$$

Se A e $A \to B$ sono veri per $\mathcal{V}$, per le tavole di verià dell'implicazione anche B è vera per $\mathcal{V}$.

$$A \wedge D, A \to S, D \to \neg S \Rightarrow O$$

Supponiamo che A e D siano veri per $\mathcal{V}$; se $\mathcal{V}(S) = v$ allora $\mathcal{V}(D \to \neg S) = f$; se $\mathcal{V}(S) = f$ allora $\mathcal{V}(A \to S) = f$. Dunque non esiste $\mathcal{V}$ che renda vere tutte le premesse dell'argomento, e quindi O è conseguenza logica delle premesse (*ex falso, quodlibet*).

Verità e paradossi.

Ma cosa comporta dire che una proposizione A è vera?

• *Veritas adaequatio rei et intellectus est* (Tommaso d'Aquino, 1225-74, dopo Isaac ben Solomon, tra 855 e 955)

Qualunque proprietà possiamo attribuire al concetto di verità, vale la *"de-virgolettizzaz*

(*dis-quotationality*):

• *la proposizione A è vera se e solo se A*

• *la proposizione "la neve è bianca" è vera se e solo se la neve è bianca.*

Consideriamo la proposizione

(*) *la proposizione (*) è falsa*.

Allora

- *la proposizione (*) è vera*

se e solo se [*per definizione di* (*)]

- *la prop. "la proposizione (*) è falsa"*

è vera

se e solo se [*de-virgolettizzazione*]

- *la proposizione (*) è falsa*.

Contraddizione!

Soluzione classica: (Tarski) il concetto di verità può essere definito solo *relativamente ad un linguaggio*.

Distinzione tra linguaggio oggetto e metalinguaggio:

"*la neve è bianca*" appartiene al linguaggio oggetto;

"A è vera" appartiene al metalinguaggio.

La proposizione (*) viola la distinzione tra linguaggio oggetto e metalinguaggio.

Gaps nei valori di verità: le valutazioni sono *funzioni parziali*, indefinite per certe proposizioni.

Logiche fuzzy: valori di verità come "stati epistemici", "valori di probabilità" da 0 a 1.

Valutazioni $w : \mathbf{Atomi} \to [0,1]$

$w(\neg A) = 1 - w(A)$;

$w(A \wedge B) = min\{w(A), w(B)\}$ (cong. debole);

$w(A \vee B) = max\{w(A), w(B)\}$ (disg. debole); $w(A \to B) = min\{1, 1-w(A)+w(B)\}$; etc.

Logica predicativa.

Dato un **universo di discorso** D (gli oggetti di cui si parla),

• i *nomi* (Carla, Gianni, Dario, ecc) sono interpretati da elementi di D;

• un *predicato atomico* $P(x_1, \ldots, x_n)$ è interpretato da una funzione $f_P : \underbrace{D \times \ldots \times D}_{n\ volte} \to \{v, f\}$, che assegna ad lista di elementi $\langle d_1, \ldots, d_n \rangle$ in D un valore di verità **vero** o **falso**.

[Per semplicità, supponendo di avere un nome $\overline{d}$ per ogni elemento $d \in D$; possiamo che $P(\overline{d}_1, \ldots, \overline{d}_n)$ è **vero in** D se e solo se $f_P(d_1, \ldots, d_n) = v$.]

• i connettivi proposizionali sono funzioni di valori di verità come sopra;

• i *quantificatori "per ogni x"* ($\forall x$) ed *"esiste x"* ($\exists x$) assegnano un valore di verità nel modo seguente:

- $\forall x.P(x)$ è **vero in** D se per ogni d in D, $P(\overline{d})$ è vero in D;

- $\exists x.P(x)$ è **vero in** D se per qualche d in D, $P(\overline{d})$ è vero in D.

Esempi.

1. *Carla ama Gianni.* $A(c, g)$

dove $c =$ Carla, $g =$ Gianni, $A(x, y) =$ x ama y.

2. *Carla è amata da tutti.* $\forall x.A(x, c)$

3. *Tutti amano qualcuno.* $\forall x.\exists y.A(x, y)$

4. *Se qualcuno è amato da tutti, allora tutti amano qualcuno.* $(\exists y.\forall x.A(x, y) \to (\forall x.\exists y.A(x, y))$

Due massime dell'ontologia nominalistica di Quine:

1. fare ontologia è fissare il dominio D, l'universo del discorso su cui variano le variabili.

- Si noti: *ci impegniamo solo sull'esistenza degli individui*, non delle funzioni o delle proprietà. *Proprietà* e *classi* sono concetti, prodotti dalla mente umana e possono essere cambiati secondo l'esperienza, non hanno una "realtà necessaria" (empirismo).

Dinald Davidson: dobbiamo almeno postulare l'esistenza di eventi, non solo di individui.

2. *no entity without identity!*

non possiamo postilare l'esistenza di un essere senza al tempo stesso spiegare a cosa questo oggetto è identico e a cosa non lo è. (*Criterio di identità in biologia:* quando due vegetali sono lo stesso albero? un embrione è la stessa entità dell'individuo adulto che ne risulta?)